A KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL KÖNYVTÁRA
ÉS AZ ORSZÁGOS ÜGYVITELGÉPESÍTÉSI FELÜGYELET KIADVÁNYAI

OPERÁCIÓ — KUTATÁS

BUDAPEST,
1960.

Készült a Statisztikai Kiadó Vállalat házinyomdájában,
Budapest, II., Keleti Károly u. 18/b.
Felelős vezető: Garádi László

486/1960.

TARTALOM

Oldal

- . -

A referátum célja és jellege

A magyar közgazdászok, gyakorlati gazdasági vezetők körében nagy érdeklődést keltett a lineáris programozás, valamint az optimális készlet és optimális sorozatnagyság meghatározásának matematikai módszere. Ezeket a módszereket az ujabb szakirodalom egy szélesebb, átfogóbb tudományos kutatási terület részének tekinti. Ezt a szélesebb kutatási területet mind gyakrabban nevezik "operation research"-nek, "operáció-kutatásnak".

Eddig még nem jelent meg magyar nyelven olyan mű, amely az operáció-kutatás eredményeiről, munkamódszereiről és problémáiról összefoglaló tájékoztatást adott volna. E hiány ideiglenes pótlásaként publikálunk részletes ismertetést C.W. Churchman, R.L.Ackoff és E.L. Arnoff "Introduction to operations research" (Bevezetés az operáció-kutatásba) c. művéről.+/

Az operáció-kutatás tartalma, módszerei és a szocializmus viszonyai között való alkalmazása - marxista megitélésének szemléltetésére, forditásban közöljük a Bolsaja Szovjetszkája Enciklopédia operáció-kutatásról szóló értékelését.

A szakirodalom Churchman és szerzőtársainak könyvét a témakör egyik "standard művének" tekinti. Szerzők művükben nem a kutatás egyik vagy másik részterületén elért tudományos eredményeik publikálására törekedtek. Céljuk: áttekintést adni az operáció-kutatás egészéről, összefoglalni és rendszerezni a különböző kutatók által eddig kidolgozott módszereket, tapasztalatokat. A könyv bevezető jellegü, egyetemi tankönyv: ennek megfelelően számos problémát leegyszerüsitve tárgyal.

Éppen ez a bevezető összefoglaló jelleg teszi alkalmassá a könyvet, hogy - akárcsak egy aránylag rövid referátum révén is - bepillantást adjon a magyar olvasónak az operációkutatás területére.

A könyv főkép az operáció-kutatás ipari, közlekedési - általában gazdasági - alkalmazásával foglalkozik. Néhány helyen azonban utal másirányu (pl. katonai) alkalmazási lehetőségekre is.

A referátum kizárólagos célja az ismertetés, tehát nem értékeli, nem birálja a könyvet (amelynek szinvonala nem egyenletes, s nyilván van sok vitatható tétele is. Igy pl. vitatható, vajjon jogos-e uj, önálló tudományágnak tekinteni az operáció-kutatást.)

Az ismertetés - az eredeti mü terjedelméhez képest igen rövid; erősen szelektálni kellett az anyagot. A szelekció fő szempontjai a következők voltak:

- Meg akartuk ismertetni az olvasóval az operáció-kutatás tárgyát, módszerét és alkalmazási területeit. Ezért a referátumban kiemeltük a metodikai problémákat és a módszer alkalmazásának tapasztalatait.

- Az előbbi céllal függ össze, hogy a könyv alapján több konkrét példát közlünk, amelyek az operáció-kutatás gyakorlati bevezetését, illetve eredményeit ismertetik. Ezzel is

+/ Churchman, C. West - Ackoff, Russel L. - Arnoff, E. Leonhard: Introduction to operations research. New-York-London, 1957, Wiley - Chapman. X,645 p.

ki akarjuk domboritani e kutatási terület és a gyakorlati gazdasági élet között kialakuló szerves kapcsolatot.

- Különösen fontosnak tartottuk ismertetni azokat az eredményeket, amelyeknél reális lehetőséget látunk a hazai alkalmazásra.

- Viszont igen röviden foglalkoztunk - a könyv arányaitól eltérően - azokkal a problémákkal, amelyeknek könnyen hozzáférhető hazai irodalmunk van (pl. a matematikai statisztika módszereinek alkalmazásával). Ezeket az olvasó más forrásból is megismerheti.

A referálók néhány kommentárt is fűztek az ismertetéshez. Ezek egy része röviden utal a hazai alkalmazási lehetőségekre. Másrészük felhivja az olvasók figyelmét arra, hogy a könyvben tárgyalt kérdésekről milyen magyar nyelvü irodalom áll rendelkezésre; anélkül, hogy teljességre törekednének, vagy hogy a magyar szakirodalom értékelésébe belebocsátkoznának. Emellett néhol hasznosnak látszott rövid magyarázó kommentárral világosabbá tenni a fejtegetést, megvilágitani a magyar szakirodalomban eddig nemigen alkalmazott speciális szakkifejezések értelmét.

A könyv nem matematikus olvasók számára készült; a tárgyalás nagy része nem igényel a középiskolainál magasabb matematikai tudást. A referátum a matematikában nem járatos olvasó feladatát még könnyebbé változtatta. Többnyire csupán a modell felállitását, szerkezetét irtuk le matematikai formában - és mindjárt ezután a megoldást, az optimális döntést megalapozó képleteket. A matematikai levezetések ismertetését mellőztük. Természetesen azoknak, akik egy-egy modellt saját kutatásaikban alkalmazni akarnak, meg kell ismerkedniök az eredeti könyvvel, sőt ezen túlmenően, a szóbanforgó probléma részletes szakirodalmával.

A Központi Statisztikai Hivatal Könyvtára nem vállalkozhatott az operáció-kutatás irodalmának részletes bibliográfiai feldolgozására. A magyar könyvtárakban fellelhető operációkutatással foglalkozó könyvek és folyóiratcikkek mennyisége ugyanis csak egy kis töredéke a bibliográfiák és kézikönyvek irodalomjegyzéke alapján ismert igen nagyméretű operáció-kutatás irodalmának. Az ismertetés végén közölt idegen nyelvü müvek bibliográfiai összeállitása tehát csak azoknak a folyóiratoknak és könyveknek a jegyzékét, lelőhelyét közli, amelyek a Központi Statisztikai Hivatal Könyvtára, a Közgazdaságtudományi Egyetem, a Matematikai Kutató Intézet, és a Kibernetikai Kutató Csoport könyvtárának állományában megtalálhatók.

A matematikai részeknél minden esetben megtartottuk a könyv eredeti jelöléseit. Viszont a képletek számozása eltér az eredetitől, a könnyebb áttekintés kedvéért.

A 14., 15., 16., 18. és 19. fejezet referátumát Bródy András készitette. A többi fejezetet Kornai János referálta. A lektorálást Theiss Ede és Prekopa András végezték.

Központi Statisztikai Hivatal Könyvtára
Országos Ügyvitelgépesitési Felügyelet.

B E V E Z E T É S   A Z   O P E R Á C I Ó - K U T A T Á S B A

C.W. Churchman, R.L. Ackoff, E.L. Arnoff

"<u>Introduction to Operations Research</u>"

c. könyvének ismertetése

I. rész: B E V E Z E T É S

1. fejezet: Az operáció-kutatás általános természete.

Az operáció-kutatás (a továbbiakban: OK) 1940 óta ismeretes. Elsőnek Nagybritanniában fejlődött ki, a II. világháboru alatt, s csakhamar elterjedt az USA-ban is. Előbb katonai feladatokkal kapcsolatban alkalmazták, majd a háboru után széles körben elterjedt az üzleti életben, az iparban és a polgári kormányzati munkában. Fejlődése a későbbiekben rendkivül meggyorsult.

Az OK megjelenésének mélyebb okai - noha elsőnek katonai problémákkal kapcsolatban tünt fel - jól megmagyarázhatók az ipari szervezet fejlődésével is. Egykor a kis vállalatokat egyetlen főnök vezette, aki maga végezte a bevásárlást, a termelés irányitását, ellenőrzését, az eladást stb. A termelés gépesitése, a hatalmas üzemek kifejlődése ahhoz vezetett, hogy mindezt már nem egyetlen személy végzi, hanem nagy apparátus. A nagyvállalatoknál számos osztály foglalkozik az irányitás különböző müveleteivel. A gépesités, s ujabban az automatizálás az ipari vezetés funkciójának további differenciálódásához, az irányitó munka fokozott széttagolódásához vezet.

E fejlődéssel együtt speciális problémák jelentek meg, amelyek kifejezetten az irányitás funkcionális megosztásának következményei. Ezeket "igazgatási problémáknak" (executive type problems) nevezhetjük.

Minden osztály a szervezet általános érdekeit hivatott szolgálni, a gyakorlatban azonban az általános érdeknek csupán egyes oldalait tartja szem előtt. Pl. a termelést közvetlenül irányitó osztály a termelési költségek minimalizálására és a termelési volumen maximalizálására, az eladási osztály az eladási költségek minimalizálására és az eladott mennyiség maximalizálására, a pénzügyi osztály a tőkebefektetések optimalizálására törekszik stb.

Nézzük meg példának okáért a vállalat különböző osztályainak magatartását a készletgazdálkodással kapcsolatban. A termelési osztály abban érdekelt, hogy a termelés lehetőleg nagy sorozatokban, megszakitás nélkül menjen végbe, mert igy ritkábban kerül sor egy-egy gyártmány termelésének megindításakor felmerülő költségekre, valamint csökkennek a folyamatos gyártási költségek. Ez azonban kevésféle gyártmányt, nagy késztermék-készletet, továbbá nagy befejezetlen termékállományt jelent. Az eladási osztály arra törekszik, hogy a vevő kivánságára mindig azonnal szállitson, mégpedig az áruk bő választékából. Ez sokféle gyártmány termelését teszi szükségessé, és külön-külön minden egyes cikkből is elég nagy, összetett készletet igényel. A pénzügyi osztály arra törekszik, hogy a készlet minimális legyen, mert minimalizálni igyekszik az olyan befektetéseket, amelyek pénzügyi eszközöket kötnek le bizonytalan időre - és igy tovább.

A készletpolitika az ipari szervezet minden funkcionális egységének müveleteit érinti. Az a politika, amely a legkedvezőbb az egyiknek, ritkán a legkedvezőbb a másiknak is.

A probléma: mi a legjobb a vállalat, a szervezet egészének? Ez "vezetési probléma", mert a./ kihat a szervezetnek mint egésznek hatékonyságára, b./ a szervezet funkcionális egységeinek konfliktusával jár.

Hasonló probléma keletkezhet az ipari szervezet egy osztályán belül is. Pl. a termelési osztály főnöke számára "igazgatási problémát" jelent, ha az egyik szekció nagy sorozat gyártására törekszik, viszont az igy keletkező többlet-készlet meghaladja a raktár-kapacitást, ami ellen egy másik szekció tiltakozik.

Az ipari szervezet célkitüzéseinek, törekvéseinek "széthuzása", széttagolódása nem hiba; ez szükségképpen következik az irányitó munka megosztásából. A megoldáshoz az osztályok, részlegek törekvéseinek és az össz-szervezet általános érdekeinek kifinomult kiegyensulyozása szükséges.

Az ilyen "igazgatási problémák" felmerülése vezetett ahhoz, hogy kialakult a "vezetőségi konzultánsok" (management consultant) munkaköre, szakmája. Ezek a konzultánsok igyekeztek általánositani a hasonló természetü problémák megoldásánál felmerült tapasztalatokat. Megfigyelték a problémák <u>közös</u> vonásait: arra törekedtek, hogy megtalálják a megoldások közös strukturáját, "modelljét".

Az elmondottakból most már kitünik az OK egyik általános célja: valamely szervezet vezetése számára tudományos bázist kiván adni olyan problémák megoldásához, amelyek e szervezet különböző komponenseinek egymásrahatásával, kölcsönös összefüggéseivel kapcsolatosak; mégpedig olyan megoldáshoz, amely a szervezetnek, mint egésznek az érdekét a legjobban szolgálja.

Azt a döntést, amely a szervezetnek, mint egésznek a szempontjából a legjobb, a továbbiakban optimum-döntésnek nevezzük. Azt a döntést, amely a szervezet valamely része számára a legjobb, suboptimum-döntésnek nevezzük.

Az OK célkitüzéseinek szélességére jellemző, hogy mindig az egész rendszert igyekszik tanulmányozni, vagyis egymással funkcionálisan összekapcsolt elemek komplexumát. Bizonyos értelemben egy védelmi, vagy egy közlekedési rendszer is lehet az OK tárgya. Ez a könyv azonban az ipari és üzleti rendszerek tanulmányozására fekteti a hangsulyt.

Az OK lehetőleg egy egész rendszer minden fázisának <u>szimultán</u> optimalizálására törekszik. Ez azonban nem oldható meg mindig a gyakorlatban. Ehelyett kénytelen <u>egymást követő</u> részleges optimalizálásokra szoritkozni, - és ezeket a "fázis-optimumokat" kell azután hozzáigazitani az általános érdekhez.

Összefoglalva, a legáltalánosabb formában a következő lehetne az operáció-kutatás definiciója:

<u>Az OK tudományos eszközökkel, technikával, módszerekkel vizsgálja valamely rendszer müködésével, operációival kapcsolatos problémákat, abból a célból, hogy azok optimális megoldását meghatározza.</u> A jelen könyv azonban csak az operáció-kutatásnak a szervezetek "igazgatási problémáira" való alkalmazásával foglalkozik.

Az OK más tudományágakból nőtt ki; sokat meritett ezek eredményeiből. Ezen a módon született sok más tudományág is. Kezdetben mindig nehéz egy uj tudományt elhatárolni a régiektől, később a tagolódás határozottabb és teljesebb lesz. Ez lesz a helyzet az OK-val is.

Az OK és más tudományágak eszközeinek átfedése részben azzal is összefügg, hogy általában egy-egy tudományos munkacsoport (team) müveli, melynek tagjai különböző tudományágak képviselői. Pl. a tőke-expanzió problémájával közösen foglalkozik matematikus, fizikus, pszichológus és közgazdász. Az ilyen együttmüködés szorosan összefügg az OK témáinak jellegzetességeivel.

Az egyes tudományok szakemberei meglátják, mi az, ami a vizsgált problémából esetleg analóg a saját szakmájukból ismert jelenséggel. Igy pl. egy elektronikus-mérnök felismeri, hogy a készletezési problémában, a készletek alkalmazkodásában a termelés és a piac változásához, sok analóg vonás van a "szervomechanizmusokkal", s a probléma vizsgálható az önvezérlő rendszerek elméletének tudományos apparátusával. Ugyanakkor a vegyiüzem mérnöke azt látja meg, hogy a készletezési probléma felmutat bizonyos analóg vonásokat, a folyadékok áramlásának jelenségeivel.

A kollektivában végzett kutatás további előnye, hogy a vizsgált szervezetnek általában vannak pszichológiai, szociológiai, közgazdasági, mérnöki stb. vonatkozásai, amelyeket a problémák specialistái szakszerübben elemezhetnek.

Az operáció-kutatási munkálat a következő fő szakaszokból tevődik össze:

1./ a probléma megfogalmazása;

2/ a vizsgált rendszer matematikai modelljének megszerkesztése;

3/ a modell alapján a megoldás meghatározása;

4/ a modell és a megoldás ellenőrzése;

5/ a megoldás felülvizsgálata;

6/ a megoldás gyakorlati kivitele.

A könyvben ötféle problémakört vizsgálunk majd még közelebbről:

I. Készletezési problémák.

II. Allokációs (elosztási) problémák.

III. Várakozási idő problémák.

IV. Pótlási modellek.

V. Versenymodellek.

Valamennyit külön-külön részletesen tárgyaljuk. Meg kell azonban előre jegyezni: a valóságban ritkán jelentkezik önmagában egyik vagy másik processzus. Igy pl. egy termelő szervezet irányitása általában magában foglal készlet-, allokációs és várakozási problémákat egyaránt. A valóságban tehát a processzusok tárgyalásra kerülő öt fő tipusa általában egymással kombinálva jelentkezik.

Az olvasót ne vezesse félre ezeknek az absztrakt modelleknek az elnevezése. Egy-egy ilyen modell alkalmazási lehetősége sokkal szélesebb, mint amire a puszta elnevezésből következtetni lehetne. Igy pl. a "készlet-probléma" nemcsak árukészletekkel kapcsolatban merül fel, hanem pl. készpénz-tartalékkal, munkaerő-tartalékkal összefüggésben is és igy tovább. Ebben a tekintetben is a képzelőerő a tudományos sikerek egyik kulcsa.

2. fejezet: Egy rendszer átfogó OK-vizsgálata.

A könyv részletesen leirja egy nagyszabású OK-vizsgálat menetét az egyik nagy amerikai szerszámgépgyártó vállalatnál. (A vállalat évi termelési értéke 50 millió dollár).

A vizsgálat több hónapon át tartott, számos munkatárs bevonásával.

A tanulmány középpontjában a gyártási sorozatok optimális nagyságának meghatározása állott. Ennek megállapitására egyenletet dolgoztak ki, amelyet "tervezési egyenletnek" neveztek. Annak érdekében, hogy ezt az egyenletet a vállalat saját emberei - a vizsgálat befejezése után - könnyebben használhassák, egy grafikus eszközt, ugynevezett "nomogramot" készitettek. Erről minden külön számitás nélkül, egyszerüen két vonal meghuzásával leolvasható, hogy a költségek különböző nagysága, arányai esetén mi az optimális sorozatnagyság.

A vizsgálat menet közben nagymértékben kiszélesedett; egy-egy probléma tisztázása mindjárt más problémákhoz vezetett el. Igy többek között a következő kérdésekkel foglalkoztak:

- A gyártáshoz szükséges alkatrészek folyamatos biztositása; alkatrész-készletek és alkatrész beszerzés.
- A késztermék-készletek nagysága.
- A nyersanyag-beszerzés problémái.
- A költségszámitásokban rejlő hibák hatása a döntésekre.
- A vevő megrendelésének utja a gyár adminisztrációjában.
- A piac irányzatainak elemzése.
- A termékek iránti keresletre vonatkozó távlati becslések. Ezzel kapcsolatban összefüggések meghatározása a gyár eladása és egyes országos gazdasági indexek között. (Igy pl. kimutatható volt, hogy a tartós javak országos állományát jelző index növekedése nyomán nő a gyár által szállitott pótalkatrészek iránti kereslet).

Az OK-csoport a felsorolt kérdések és számos hasonló probléma tanulmányozása alapján sok gyakorlati javaslatot tett. A vizsgálat elősegitette a vállalat pénzügyi, mérnöki, beszerzési és eladási tevékenységének összehangolását.

3. fejezet: Egy vállalati "MEO" tevékenységének kollektiv kutatása

Az ohioi egyetem megbizást kapott egy nagyvállalattól: tegyen javaslatot a gyári minőségi ellenőrzés (a magyar gazdasági élet nyelvén: a MEO) munkájának megjavitására. A kérdéses ellenőrzés jellemzője, hogy kifejezetten vizuális jellegü; továbbá az, hogy igen sok, évenként több mint 2 milliárd munkadarab felülvizsgálatát igényli.

A kutatást egy négytagú munkacsoport végezte, amely a vállalati MEO-vezetőből, egy fénytani-fénymérési szakértőből, egy pszichológusból és egy üzemmérnök-statisztikusból állt. A vállalati szakemberek előbb konzervativ módon, idegenkedve fogadták a vizsgálatot, később azonban lelkesen támogatták.

A munka első szakaszában előzetes laboratóriumi kisérleteket végeztek, tanulmányozták a statisztikai adatokat. A munka második szakaszában került sor a tüzetes helyszini tanulmányozásra. A munkacsoport sokféle javaslatot tett:

1./ Az ellenőrzés céljaira egy speciális, az addiginál sokkal alkalmasabb nagyitólencsét szerkesztettek.

2./ Megszervezték a helyes irányú, kellő fényerejű világitást.

3./ Jobb kiképzési módszert dolgoztak ki.

4./ Megtanitották a minőségi ellenőröket arra, hogyan mozgassák szemüket a munkadarab megtekintésekor, hogy valóban minden szükségeset meglássanak.

5./ A dolgozók hangulatának megismerésére a pszichológus interjut készitett 150 ellenőrrel. Ezek kivétel nélkül nők. Az üzemvezetés attól tartott, hogy általában magasabb bért követelnek majd. Kiderült azonban, hogy a bért általában méltányosnak tartják; kivánságaik másirányúak. Pl. szinte kivétel nélkül kényelmesebb ülőhelyet kivántak. Ezt a kivánságot teljesitették.

6./ Addig meghatározott időt fordithattak egy-egy munkadarab ellenőrzésére. A vizsgálat után a hibák gyakoriságának megfelelően változtathatták az időt.

7./ A dolgozók érdekeltségének növelésére a vállalat a pénzbeli ösztönzés szokott eszközeit akarta igénybevenni. Itt azonban általában fiatal lányok dolgoztak, akiknek személyében a szabadidő többet ér, mint némi pénz-többlet. Ezért bevezették azt a rendszert, hogy aki az előirt heti teljesitményt elvégzi, az - változatlan hetibér mellett - a hátralévő munkaidőben nem köteles dolgozni, hanem hazamehet. Ez ugrásszerűen növelte a teljesitményt.

8./ A statisztikai minőségellenőrzés eszközeinek felhasználása is segitette hatékonyabbá tenni az ellenőrzést.+/

Az eredmények messzemenően annak köszönhetők, hogy a kutatást különböző szaktudományok emberei együttesen végezték.

+/ Lásd erről: "Statisztikai minőségellenőrzés. Az ipari minőségellenőrzés matematikai statisztikai módszerei". Szerk. Vincze István. Bp. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1958. (Ref.)

II. rész: A P R O B L É M A

Azt szokták mondani: a pontosan meghatározott probléma fél megoldást jelent. Valóban, a tisztázásra váró problémát nem könnyü helyesen meghatározni az operáció-kutatásnál sem.

Amikor az operáció-kutatók megkapják a feladatot, a megbizók rendszerint maguk is megjelölik a tisztázandó problémát. Az igazság azonban az, hogy a megbizók által megfogalmazott kérdést többnyire inkább csak az igazi probléma szimptomájának tekinthetjük nem pedig diagnózisának, vagyis a probléma helyes megformulázásának. Ehhez előbb a kutatóknak kell megismerniök a szóbanforgó szervezetet, s maguknak kell kielemezniök: mi az igazi probléma.

A szervezet előzetes tanulmányozása már csak azért is szükséges, mert azok a döntési szabályok, amelyeket a kutatók majd javasolnak, csak akkor használhatók, ha

a/ a szóbanforgó szervezet hirközlési rendszere biztositja a döntéshez szükséges információkat és

b/ a szervezet központositott: vagyis a döntést minden részleg végrehajtja.

4. fejezet. A szervezet analizise.

Ez a fejezet először a kibernetika néhány alapfogalmát és alapgondolatát igyekszik nagyon röviden megismertetni az olvasóval.

A kommunikáció és a vezérlés - ezek minden szervezet müködésének lényeges elemei. Ebben a tekintetben analóg vonásokat mutatnak a./ a sejtekből összetevődő élő organizmusok; b./ a sok egységből álló automatikus gépi berendezések, hirközlő eszközök; c./ a sok személyből összetevődő társadalmi szervezetek.+/

Az "információ" fogalmát ezzel kapcsolatban igen szélesen kell értelmeznünk: ez lehet egy elektromos impulzus vagy egy kémiai hatás csakugy, mint egy irott közlés.

Az ipari szervezetek tanulmányozásának fontos eszköze: a szervezet kommunikációs (közlési) és szabályozási (control) modelljének megkonstruálása. Az ilyen modell általában nem matematikai jellegű; nem pontos számitások céljait szolgálja. Formája többnyire diagram.

Egy kommunikációs modellnek a következőket kell tartalmaznia:

1./ A szervezet kommunikációs hálózatának "térképét".

2./ A szervezetben végbemenő szabályozási processzus leirását.

3./ A kommunikációs hálózat és a szabályozási processzus időben végbemenő változásnak leirását. Ez különösen az összetettebb, bonyolultabb szervezeteknél fontos.

Nézzük meg közelebbről a modell e három elemét.

1./ Minden szervezetben vannak lényeges csomópontok, amelyek a kapott információkat felhasználják, vagy raktározzák. A csomópontokat egy hálózat köti össze. Ezeket a pontokat és kapcsolataikat - a kommunikációs hálózatot - jól ábrázolhatjuk diagram formájában.

2./ A szervezetnek van valamilyen célja, amelynek elérésére vagy megtartására törekszik. Egyes esetekben ez a cél igen egyszerü. (Pl. egy mühelynél: a heti termelési feladat teljesitése.) Más esetekben bonyolult, összetett cél-rendszerekről van szó.

Ha egy szervezet összehasonlitja akcióját kitüzött céljával, észleli, ha a kettő között eltérés van s ugy cselekszik, hogy ezt az eltérést csökkentse - akkor ez a szervezet szabályozza saját aktivitását.

Ezzel kapcsolatos a "visszacsatolás" (feed back) fogalma. A cél és az akció eltérésének felfedezésére - mint emlitettük - a szervezetnek meg kell figyelnie önmagát, saját aktivitását. Ennek érdekében tevékenysége eredményéről, "outputjáról" szóló információt "vissza kell csatolnia." Ha a visszacsatolás eredményeképpen csökken a hiba, akkor itt egy-

---

+/ A kibernetikáról szóló magyarnyelvü irodalomból: Tarján Rezső: A kibernetika fő problémái (Magyar Tudomány, 1956. 1-3. sz. 43-62.p.
Tarján Rezső: A kibernetika néhány problémájáról (Magyar Tudomány, 1957. 9-10.sz. 407-415.p. (Ref.)

fajta negativ visszacsatolás érvényesül. (Negativ, mert az a tendenciája, hogy az ellenkezőjét tegye annak, amit a szervezet e visszacsatolás nélkül tenne.) A "negativ visszacsatolás" példája a vállalat életében: a tényleges költségek összehasonlitása a norma szerinti költségekkel, annak érdekében, hogy azok a norma szerinti szinvonalra csökkenjenek.

Minél erősebb a "negativ visszacsatolás", annál inkább csökkennek a hibák, tehát annál nagyobb a szervezet stabilitása. Ha viszont hibát erősitő pozitiv visszacsatolással van dolgunk, akkor ennek következtében ingadozás, hullámzás léphet fel.+/ A hullámzás, a stabilitás, a hiba-csökkentés - ezek a szabályozás különösen fontos problémái.

Rátérve most már az OK-ra: amikor valamely szervezetet tanulmányozunk, fontos tisztáznunk: mely folyamatokat figyelnek meg ebben a rendszerben, s melyeket nem; milyen hatékonysággal müködik a szervezet "visszacsatolási rendszere"; negativ, vagy pozitiv visszacsatolások hatnak-e? Ezzel szorosan összefüggnek olyan problémák, mint pl. az ütemtervek készitése, a határidőzés, a megrendelések feldolgozása; általában a stabilitás és az időbeli eltolódások (time-lag) kérdései az ipari szervezetben.

3./ Eddig olyan szervezetről volt szó, amelynek egy adott célja van, s ennek elérésére, illetve megtartására mennek végbe a szervezeten belül bizonyos processzusok. A célt eddig állandónak tekintettük. Most áttérünk a célok változásának problémájára, s ezzel összefüggésben: a szervezetben kialakult kommunikációs hálózat, a célok és processzusok időbeli változásának kérdéseire.

Az eddig leirt egyszerü "visszacsatolási rendszernél" hatékonyabban müködhet egy olyan szervezet, amely felkészült többféle, alternativ akció végrehajtására, s amely - megfelelő szabály szerint - választ ezek közül az alternativák közül. Alkalmazkodik a változó külső feltételekhez, s automatikusan mindig azt az akciót választja, amely az uj feltételeknek megfelel.

Ilyenkor általában arra van szükség, hogy a szervezetnek legyen memóriája. Ez a memória tartja számon, milyen különféle helyzetekre kerülhet sor - s milyen akciót kell végbezvinni ezekben a különféle helyzetekben. (Példa erre a telefonközpont.) Ebben az esetben már egy céljait automatikusan változtató szervezettel állunk szemben; minden uj szituációval uj cél kerül előtérbe. Az ilyen szervezetet autonómnak nevezhetjük.

Minél nagyobb a memória befogadó képessége, és minél gyorsabb a memóriában raktározott adatok felhasználása, a "visszaemlékezés", annál nagyobb foku az autonómia.

Az autonómia még magasabb szinvonalával van dolgunk, ha a szervezet képes felülvizsgálni a memória tartalmát, tehát nem gépiesen dönt, hanem ennek a felülvizsgálatnak az alapján uj célokat, uj akció-irányokat határoz meg. Olyan szervezet ez, amely céljait reflektive állapitja meg. Kezdeményez és megszüntet akció-irányokat; megváltoztathatja a szervezet belső kommunikációs hálózatát; felülvizsgálja a memóriát stb. Az ilyen magasrendü szervezet képes saját növekedését irányitani, képes ujitásokat bevezetni.

+/ A fentiek nem adják meg a negativ és pozitiv visszacsatolás kibernetikai fogalmának általános definicióját. A negativ visszacsatolás nem jelent szükségképpen hibacsökkenést és a pozitiv visszacsatolás sem mindig hibaerősités. (Ret.)

Az itt leirt, magasabbrendü szervezet már közel áll ahhoz, ami pl. egy ipari szervezetet jellemez. Ezért pl. az ipari OK számára igen fontos a vizsgált szervezet "tudatának" tanulmányozása.

A könyv ezzel kapcsolatban kitér a magasabbrendü szervezetben kialakitott un. "második és harmadik visszacsatolási rendszer" ismertetésére.

A kommunikációs és vezérlési modell általános természetének tárgyalása után térjünk rá azokra a gyakorlati problémákra, amelyek egy ilyen modell megszerkesztésekor felmerülnek.

Az első lépés ilyenkor: a kommunikációs diagram megszerkesztése. A helyzet tisztázásához sokféle módszert vehet igénybe a kutató: interjukat készit, közvetlen megfigyelést végez stb. Fontos, hogy eközben megkülönböztesse a szokásos, mindennapos információk és a rendkivüli közlések utját. Ez esetleg szükségessé teheti kétféle - egy folyamatos és egy diszkontinuus - modell felállitását.

A diagram birtokában sok hibát tárhatunk fel. Gyakori hibák pl.: az információk fennakadása a hálózaton belül, felesleges közlések, adatok késedelmes feldolgozása, egymással összefüggő folyamatok egységes, közös vezérlésének hiánya, tevékenységek megduplázódása, a célok egyértelmü megfogalmazásának hiánya, egymást keresztező célkitüzések stb.

A kutatók rendelkezzenek képzelőerővel. Igy pl. vegyék észre a vizsgált szervezet és mástajta szervezetek (mondjuk egy ipari szervezet és egy bonyolult önszabályozó gépi berendezés) esetleges analóg vonásait.+/ Ennek megfelelően felhasználhatják azoknak a tudományoknak egyes eredményeit, amelyek ezekkel az analóg szervezetekkel foglalkoznak.

Mindezek alapján az operáció-kutatók gyakorlati javaslatokat tehetnek a szervezet kommunikációs hálózatának és vezérlési rendszerének tökéletesitésére.

+/ Az elektronikus számológépekről lásd Tarján Rezső: Gondolkodó gépek c. könyvét. (Bp. Bibliotheca, 1958. 227 p.), továbbá Tarján Rezső: Elektronikus digitális számológépek c. egyetemi jegyzetét (Bp. Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat, 1958. 94 p. A Mérnöki Továbbképző Intézet előadássorozatából: 3651.) (Ref.)

5. fejezet: A probléma megformulázása.

A kutatás a probléma megformulázásával kezdődik. Ez azonban nem egyetlen lépésben történik, hanem a kutatás közben gyakran ujra- és ujra megfogalmazzuk a feladatot. Igy tehát a probléma meghatározása szukcessziv folyamat, amely tetemes időt vesz igénybe.

Az első, tájékozódó szakaszban a következő kérdéseket kell tisztáznunk:

1/ Ki hozza a döntést azzal a problémával kapcsolatban, amelyet vizsgálunk.

2/ Mi a döntéshozó célja, minek elérésére törekszik?

3/ Milyen környezetben, milyen rendszerben merült fel a probléma? (Pl. milyen a szóbanforgó ipari szervezet vezetése, személyzete, gépparkja, vevőköre, stb.)

4/ Milyen alternativ akció-irányok, (courses of action) politikák között választhatunk?

Röviden ki kell térnünk a döntés általános logikájára. Tegyük fel, hogy két cél van: O_1 és O_2. Összesen kétféle akcióirány lehetséges: C_1 és C_2. Ismerjük, hogy az egyes akcióirányok milyen eredményességgel (efficiency) képesek szolgálni az egyes célokat. Ezt mutatja a következő mátrix:

	O_1	O_2
C_1	0,8	0,4
C_2	0,2	0,6

Melyik akció-irányt válasszuk? Nem felelhetünk a kérdésre anélkül, hogy ne válaszolnánk arra: mi a kétféle cél relativ fontossága? Ha csak O_1 igazán fontos, akkor C_1-et kell választani; ha viszont O_2 a fontos, akkor C_2-t.

Tegyük fel mármost, hogy a két cél relativ fontossága mérhető: $O_1 = 0,3$; $O_2=0,7$. Most már sulyozhatjuk a kétféle akció eredményességét:

	O_1	O_2	Összesen
C_1	0,3 x 0,8 = 0,24	0,7 x 0,4 = 0,28	0,52
C_2	0,3 x 0,2 = 0,06	0,7 x 0,6 = 0,42	0,48

Most már világos, hogy C_1-et kell választani. Valamely akció sulyozott eredményességi mutatóinak összegét nevezzük relativ hatékonyságnak, vagy röviden: hatékonyságnak (effectiveness).

A kutatás feladata annál bonyolultabb, minél többféle célt és minél többféle alternativ akcióirányt kell számitásba vennünk. Ezért általában kivánatos az összevonás, az egyszerüsités; pl. egyes, kevésbbé lényeges célok elhanyagolása, vagy egyes, nyilvánvalóan irracionális alternativák figyelmen kivül hagyása. Persze ügyelni kell arra, hogy lényeges célokat, fontos alternativákat ne hanyagoljunk el. Pl. nem mindig eredményes, ha több cél esetén kizárólag a legfontosabbal számolunk. Gondoljunk csak az előbbi számokra: itt O_2 a fontosabb cél. Ha csak ezt vettük volna figyelembe, ugy a C_2 akciót választottuk volna. Pedig láttuk, hogy a két cél együttes figyelembe vétele esetén a C_1 akció bizonyult hatékonyabbnak.

A kutatás fontos feladata: biztositani kell a hatékonyság mérését. Ennek két eleme van, amint az a fenti példából is kiderült: 1/ A célok relativ fontosságának mérése és 2/ az együttes akció-irányok eredményességének mérése.

Az eljárás messzemenően a cél természetétől függ. A legfontosabb ezzel kapcsolatban: vajjon a cél kvantitativ vagy kvalitativ jellegü-e. Ha nyilvánvalóan kvantitativ jellegü célról van szó, (pl. növelni a vállalat tiszta nyereségét), akkor a mérés könnyen oldható meg (példánkban: dollárral). Nagyobbak a nehézségek a kvalitativ jellegü célok esetében. (Ezek általában pszichológiai vagy társadalmi jellegü célok). Gyakran azonban ilyenkor is meg van a lehetőség - megfelelő átalakitással - a cél kvantitativ megfogalmazására.

Vizsgáljuk meg előbb közelebbről a kvantitativ jellegü célok esetét. Négy lépésre van szükség.

Első lépés: meg kell határozni minden egyes célnál külön-külön az eredményesség alkalmas mércéjét. Tegyük fel, hogy egy vállalatot a vizsgált problémával kapcsolatban háromféle cél vezet:

a/ Növelni akarja a tiszta nyereséget. Ennek mértékegysége: dollár.

b/ Növelni akarja részesedését a piacból. A mértékegység: %.

c/ Csökkenteni akarja a vevő átlagos kiszolgálási idejét. A mértékegység: nap.

Második lépés: Amennyiben az első lépésben meghatározott mértékegységek különböznének egymástól, ugy lehetőleg meg kell találni a módját annak, hogy az eredményesség közös mértékegységét alakitsuk ki, valamennyi cél elérésének mérésére.

Példánkban a három célhoz háromféle mértékegység tartozott. Közös mértékegységül a dollár látszik legalkalmasabbnak. Tehát azt kell jelen esetben valamilyen módon meghatározni: mit "ér", dollárban kifejezve, a vállalatnak, ha 1 %-kal nő a részesedése a piacból, illetve, ha sikerül 1 nappal csökkentenie a vevő kiszolgálási idejét. Ez a meghatározás többféle módon történhet. Pl. tanulmányozzuk a vállalat tapasztalatait: hogyan változott a nyereség, amikor a kiszolgálási idő csökkent, illetve nőtt. Jobb hijján a becslés is segithet.

Harmadik lépés: Meg kell határozni az egyes akcióirányoknak az egyes célokkal kapcsolatos eredményességi függvényét. Ezek a függvények többnyire azt irják le: mi a valószinüsége annak, hogy az akció-irány bizonyos szinvonala meghatározott eredményt hozzon. (Pl. mi a valószinüsége annak, hogy 1,2,3,4, stb. uj munkaerő beállitása 1 nappal lerövidíti a vevő kiszolgálási idejét stb.) Általában olyan függvényeket kell tehát meghatároznunk, amelyek a várható hozadékot, várható nyereséget, stb. fejezik ki.

Negyedik lépés: Egy-egy akció-iránynak az összes célokra vonatkozó eredményességi függvényét megfelelő módon összegezzük, kombináljuk. Igy eljutunk minden egyes akció-irány hatékonysági függvényéhez, amely most már a célok egész rendszerére vonatkozik.

Ehhez kapcsolódik az optimális döntés kritériumának meghatározása. Ez szorosan összefügg a vállalat általános magatartásával, üzleti politikájával. Más a helyzet akkor, ha a vállalat óvatos, konzervativ politikát folytat; ilyenkor célszerü az esetleg fenyegető veszteségektől minél jobban óvakodni. Vagyis a feladat a várható veszteség minimalizálása. Ismét más a helyzet, ha a vállalat "optimista", s az egyáltalán lehetséges legnagyobb nyereséget szeretné elérni. Vagyis a feladat a várható nyereség maximalizálása.

A kvalitativ jellegü célokat a következő fejezet tárgyalja.

6. fejezet: A célok mérlegelése.

Az előző fejezetben főképp olyan esetekről volt szó, amikor az eredményesség mérésére pénzbeli skálát alkalmazhattunk. Ez azonban nem mindig lehetséges. Gyakran nem értékelünk egyformán két olyan dolgot, amelynek pénzbeli költsége egyenlő. Más esetekben nagyony nehéz, vagy éppenséggel lehetetlen meghatározni a pénzbeli költséget. Mi egy baleset, vagy egy emberélet "költsége"? Vagy pl. egy vállalat jó hirnevének (goodwill) pénzbeli értéke?+/

Ez a fejezet módszert ismertet arra, hogyan becsüljük meg különböző, abszolut mértékkel nem mérhető célok (vagy eredmények, események, stb.) relativ értékét, egymáshoz viszonyitott fontosságát, jelentőségét.

Lássunk először egy igen egyszerü példát. Tegyük fel, hogy van négy, különböző, hosszuságu szalagunk. Tegyük fel továbbá, hogy nem áll rendelkezésünkre megfelelő eszköz a szalagok hosszának abszolut megállapitására - s ez nem is szükséges számunkra. Viszont tudni akarjuk: hogyan aránylik egymáshoz a négy szalag hossza. A következő eljárást alkalmazhatjuk:

Legelőször sorbarendezzük a négy szalagot hosszuságuk szerint. Legyen a leghosszabb jelölése A, a másodiké B és igy tovább.

A második lépés: becslést adunk arra, hogy A hosszát 100 %-nak véve, milyen hosszu lehet B, C és D. Első becslésünk eredménye: B = 60 %, C = 30 %, D = 20 %.

+/ Ez olyan probléma, amellyel rendszeresen találkozunk a tervgazdaság gyakorlatában. Pl. valamely beruházással kapcsolatban gazdaságossági számitást végzünk - de ugyanakkor figyelembe kell venni nem-gazdaságossági, forintban nem mérhető szempontokat (pl. politikai, honvédelmi, kulturális érdekeket stb.) is. Végülis az összes érdekek együttes mérlegelése alapján döntünk. (Ref.)

Harmadik lépés: hosszában egymás mellé fektetjük a B, C és D szalagot és együttes hosszukat mérjük össze A hosszával. Igy ellenőrizzük eredeti becslésünk helyességét. Ha ez helyes volt, akkor (B + C + D) egyenlő A 110 %-ával. Ha szükséges, akkor az eredeti becslést kiigazitjuk.

Negyedik lépés: összehasonlitjuk A-t (B + C)-vel. Az eredeti becslés szerint (B+C) 90 %-a A-nak. (Esetleg ujra javitjuk a becslést).

Ötödik lépés: B-t összehasonlitjuk (C + D)-vel.

Az itt leirt eljárás lényege: a relativ itéletek, becslések szisztematikus ellenőrzése szukcessziv összehasonlitások processzusa révén.

Az eljárás lényege igen széles területen alkalmazható annak érdekében, hogy bizonyos - abszolut módon nem mérhető - célok, eredmények, események egymáshoz viszonyitott relativ fontosságát, relativ értékét összehasonlitsuk.

Ilyenkor mindig egy első becslésből indulunk ki s ezt szukcessziv összehasonlitásokkal tesszük pontosabbá, mindig feltéve a kérdést: 0_1 előnyösebb-e, mint $0_2 + 0_3 + ... + 0_m$; majd a későbbiekben: 0_1 előnyösebb-e, mint $0_2 + 0_3 + ... + 0_{m-1}$ és igy tovább.

Az eljárás (az alapjául szolgáló logika fenntartása mellett) praktikus okokból némileg módosul, ha 6-nál több célról vagy eredményről van szó.

A könyv részletesen ismerteti e becslési módszer általános, matematikai szimbolikus segitségével leirt megformulázását, továbbá azokat a feltételeket, amelyek mellett az eljárás alkalmazása jogosult.

Nem szabad megfeledkeznünk arról, hogy minden ilyen becslés elkerülhetetlenül az önkényesség és az elfogultság elemeit rejti magában.

A könyv hangsulyozza: a vázolt módszer csupán egyike a lehetséges módszereknek. Az optimális döntés, a racionális választás, a preferenciák, az értékelés problémáinak ujabban igen nagy irodalma keletkezett. A kérdésnek számos közgazdasági, szociológiai, pszichológiai, etikai, logikai és matematikai vonatkozása van.

Ezután két, az ismertetett módszerrel végzett konkrét vizsgálatot ir le a könyv. Az egyiket, amely egy nagyvállalat ötéves akciótervével foglalkozott, - vázlatosan ismertetjük. A vizsgálatnak összesen 7-féle célt kellett számitásba vennie. A többi között:

- Az eredeti beruházók számára 6 % garantált hozadék;

- 15 %-os nyereség, abban az esetben, ha az értékesitési lehetőség a jelenlegi szinvonal 100 és 200 %-a között lesz;

- stabil munkaviszonyok; a sztrájkok elkerülése;

- a vállalat technológiai vezetőszerepének fenntartása - és igy tovább.

A kutatók külön-külön beszéltek a vállalat igazgatótanácsának minden tagjával. Mindegyikkel - a fent leirt processzus alapján - megállapittatták a 7-féle cél relativ fontosságát. Azután ezeket az egyéni becsléseket közösen megvitatták, majd mindegyik tag módosithatta saját becslését. Az igy rögzitett egyéni becslések átlagát tekintették végül a testület közös becslésének.

III. rész: A MODELL

7. fejezet: A modell megszerkesztése és megoldása

Egy tudományos modell a vizsgálat tárgyának reprezentációja. (A tárgy lehet valamely dolog, esemény, folyamat, rendszer stb.) A modell elsődleges funkciója nem a leirás, hanem a magyarázat. Annak könnyebb megérttetése, hogy a vizsgált objektum egyik vagy másik oldalának megváltozása hogyan hat ki annak többi oldalára.

Egy modell alkalmazásának előnyei nyilvánvalóvá válnak, ha arra gondolunk: vannak területek, amelyeken a vizsgálat tárgyának tényleges megváltoztatása lehetetlen (pl. az asztronómiában), vagy igen költséges (pl. egy bonyolult ipari szervezetben) ; sokkal egyszerübb tehát a változások hatását a modellen megfigyelni. De tul ezen a gyakorlati megfontoláson - a teoretikus munka számos területen egyet jelent modellek konstruálásával; a tudomány nem létezhet modellek nélkül.

A tudomány egyes területein, pl. a fizikában és a kémiában, számos általánosan elfogadott modell áll rendelkezésre. (Igy pl. atommodellek). Ma már az operáció-kutatásban is kialakult néhány modell-prototipus. (Ezekről később, a IV.-VIII. részben részletesen szó lesz.)

A modellek 3 fő tipusa:

1./ "Ikonikus" (képszerü) modellek. Jellegzetes példája ennek a földgömb. Az ilyen modell általában vizuálisan reprezentálja a rendszer valamely vonását.

A modelleknek ez a tipusa is, mint minden modell, az általa ábrázolt valóságnak csupán egyes vonásait reprezentálja. Csak azokat a vonásokat emeli ki, amelyek lényegesek annak a célnak a szempontjából, amelyet a modell szolgál. Igy pl. a politikai térkép vagy földgömb nem jelzi a föld domborzatát. A modellnek e szelektiv tulajdonsága teszi felhasználásukat gazdaságossá.

2./ Analóg modellek. Ezek a tulajdonságok valamely rendszerét használják fel más tulajdonságok rendszerének reprezentálására. Pl. a geológiai térkép különböző szinekkel, (a tulajdonságok egyik rendszerével) jelzi a geológiai strukturát, (a tulajdonságok másik rendszerét.)

Az analóg modellek egyik legismertebb egyszerü formája a grafikon. Ez a távolságot használja fel az idő, a szám, a suly vagy más tulajdonságok reprezentálására.

Analóg modellnek tekinthető az a kommunikációs diagram, amelyről a 4. fejezetben volt szó.

3./ Szimbolikus modellek. Itt szimbolumok reprezentálják a valóságot és annak belső összefüggését. Általában matematikai (vagy logikai) szimbólumokat használnak.

A könyv további részében többnyire szimbolikus modellek felhasználására kerül sor.

Az 5. fejezetben már szó volt a hatókonyság függvényéről. Ennek központi szerepe van az OK modelljeiben. Legáltalánosabb formában a következőképpen fejezhetjük ki ezt a függvényt:

$$E = f\ (X_i, Y_i)$$

E - reprezentálja a hatékonyság mérvét.

X_i - reprezentálja a rendszernek azokat az oldalait, amelyeket a szervezet vezetése szabályozhat. Ezeket "szabályozási változóknak" (control variables) nevezhetjük.x/ Amikor ezeket meghatározzuk, ezzel azt határoztuk meg, hogy melyiket választjuk az akció lehetséges irányai közül.

Y_i - reprezentálja a rendszer nem szabályozott oldalait.

Feladatunkat akkor oldottuk meg, ha meghatároztuk a szabályozási változóknak, az X_i-knek azt az értékét, amely mellett E, a hatékonyság maximális.

Egyes modellekben egyetlen szabályozási változó van, (pl. gyártmánysorozat per év); más esetekben több változóval van dolgunk.

Egyes esetekben célszerü a hatékonyság, az effektivitás helyett annak ellentétével, az ineffektivitással számolni. (Pl. a várható nyereség függvénye helyett a várható költség függvényével.) Ilyenkor a feladat: az ineffektivitás minimalizálása.

Vegyük most sorra egy szimbolikus modell megkonstruálásának fázisait:

Az első fázis: összeállitjuk mindazoknak a tényezőknek a listáját, amelyek a vizsgálat tárgyát képező operáció hatékonyságára egyáltalán befolyást gyakorolhatnak. Ez egyenlőre csak puszta felsorolás, az egyes tényezők szerepének értékelése nélkül.

A második fázis: annak eldöntése, hogy a listában szereplő tényezők közül melyiket vegyük majd számitásba, s melyiket ne. Milyen megfontolásokra kerül sor ezzel kapcsolatban?

- Modellünk választási lehetőséget ad majd különböző akció-irányok között. Figyelmen kivül hagyhatjuk azokat a tényezőket, amelyek nem változnak attól függően, hogy az akció-irányok közül melyiket választjuk. Tegyük fel, hogy különböző lehetséges sorozatnagyságok közül választunk - a költségek minimalizálására törekedve. Ebben az esetben nem kell költségfüggvényünkbe beépiteni azokat a költségeket, amelyek függetlenek a sorozatnagyságtól (bármilyen jelentős költségfajták legyenek is azok egyébként.)

- Lehetnek olyan tényezők, amelyek ugyan összefüggnek az akció-irány megválasztásával, de a kapcsolat közöttük csekély. Az ilyen tényezők is elhanyagolhatók.

A harmadik fázis: ujra felülvizsgáljuk a második fázisban már szükitett listát, abból a szempontból, vajjon nem célszerü-e egyes tényezőket összevonni, másokat esetleg szétbontani, tagolni. Igy kialakul a számitásba veendő tényezők végleges listája.

---

x/ Az ökonometriai irodalom gyakran használja ugyanerre a fogalomra az "akcióparaméter" kifejezést is. (Ref.)

A negyedik fázis: a listában szereplő tényezőket sorra egy-egy szimbolummal jelöl jük meg. (Pl. C_1 = az átlagos átállási költség, C_2 = a nyersanyag beszerzésének átlagos költsége stb.)

Az ötödik fázis: e szimbolumok felhasználásával megkonstruáljuk azokat a függvényeket, amelyek kifejezik a probléma szempontjából lényeges elemek közötti valóságos összefüggéseket.

Ezek után tisztázni kell azt az utat, amely a modell felállitásától a megoldáshoz vezet. Az eljárások két legáltalánosabb tipusa:

1./ Analitikus eljárás. Ez alapjában véve deduktiv jellegü. A modell természetétől függ, hogy a matematikai elemzés mely tipusát kell felhasználnunk a megoldáshoz. Egyszerü esetekben elégséges az elemi differenciál-számitás alkalmazása, a szóbanforgó függvény szélső értékének meghatározásához; más esetekben a mátrix-algebra felhasználására kerül sor - és igy tovább.

2./ Numerikus eljárás. Ez alapjában véve induktiv jellegü. Ilyenkor számokat helyettesitünk a szimbolumok helyébe azzal a céllal, hogy megtaláljuk: mely számértékek behelyettesitése eredményezi a maximális hatékonyságot.

Többnyire található valamilyen eljárás arra, hogy az egymást követő helyettesitések fokozatosan javitsák az előző helyettesitéssel elért eredményt. Igy fokozatosan, néhány lépésben, a "kisérlet és tévedés" (trial and error) módszerével közelitünk a megoldáshoz. Az ilyen eljárást iterációnak nevezik. (Ilyesfajta eljárásokkal részletesen fogialkozik majd az V. rész)

IV. rész: KÉSZLETMODELLEK

F.W. Harris 1915-ben először dolgozott ki egyenletet a gazdaságos sorozatnagyság (lot-size) meghatározására. Azóta igen sok tanulmány készült a készletek és a sorozatnagyság optimalizálásának problémájáról, különösen az 1950-es években.x/ Ipari és kereskedelmi alkalmazások mellett sor került a készletmodellek katonai alkalmazására is.

Ujabban kidolgozásra kerültek a problemát messzemenően általánositó formában megoldó modellek. (Arrow, Marschak, Dvoretzky, Kiefer, Wolfowitz és mások munkáiban.) A könyv azonban nem ezeket a legfejlettebb, legáltalánosabb (s gyakran matematikailag is bonyolult) modelleket ismerteti, hanem egyszerübb változatokat. A cél: megismertetni a készlet-modellek megszerkesztésének módszerét, mindenekelőtt az alapvető összefüggést a készlettartás költségei, másfelől a hiány okozta költségek között. E kettő arányának felmérésén alapul az optimális készlet tervezése.

x/ A készlet és a sorozatnagyság problémájának jelentős magyar irodalma is van. Néhány fontosabb tanulmány:

Palásti I., Rényi A., Szentmártony T. és Takács L.: A raktárkészlet pótlásáról I. MTA Alkalmazott Matematikai Intézetének Közleményei, II. évf. 1953. 187-201. p.

Ziermann M. : A raktárkészlet pótlásáról II. ugyanott, 203-216. p.

Bródy András: A hóvégi hajrá és a készletek. MTA Közgazdaságtudományi Intézetének Évkönyve, I. Bp. 1957. 203-218. old.

dr. Susánszky János: A gazdaságos sorozatnagyság. Bp. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1958. 147 p. (Ref.)

8. fejezet: Elemi készlet- (és sorozatnagyság-) modellek[x/]

A készletekkel kapcsolatos döntések két kategóriába sorolhatók:

1./ Az időpontok, amelyekben a termékeket megrendeljük, rögzitettek. Meg kell határozni a megrendelendő mennyiséget.

2./ A megrendelendő mennyiséggel együtt meg kell határozni a megrendelés időpontját is.

Optimális döntésnek azt tekintjük, amely minimalizálja a készletezéssel összefüggő költségeket. Ezek 3 fő kategóriába sorolhatók:

a./ A termékek megszerzésének költsége, (akár vétel, akár saját termelés révén jut hozzá a vállalat). Ezt kezdési költségnek nevezzük majd ("setup cost").[xx/]

Egy-egy sorozat kezdési költsége fix. A sorozat egy egységére eső költség függ a sorozat nagyságától.

b./ Az egy termékegység készletben való lekötésének költségei, röviden: a készletezési költség. Ide tartozik például annak a pénznek a költsége, amelyet előlegezni kellett a termék legyártásához,[xxx/] a raktározás költsége; a készletezett termékek avulása és rongálódása révén keletkezett veszteség; biztositási dij stb.

c./ A hiány költsége. Akkor keletkezik, ha késik a kereslet kielégitése, vagy ha a vállalat képtelen eleget tenni valamely keresletnek.

Ezek a költségek - a vizsgált helyzetnek megfelelően - lehetnek konstansok vagy változók. Amennyiben változók változhatnak az időnek, vagy pedig a szóbanforgó termék mennyiségének függvényében.

A költség-változók mellett a változók további két nagy csoportjával lesz dolgunk: a keresleti változókkal és a rendelési változókkal.

Keresleti változók. A kereslet lehet ismert vagy ismeretlen. Ha ismert - lehet konstans vagy változó.

---

x/ A 8.-10. fejezet együttesen tárgyalja az optimális készlet és az optimális sorozatnagyság (tételnagyság) szorosan összefüggő problematikáját. Mivel hazai gazdasági életünkben az utóbbi iránt is igen nagy az érdeklődés, a fejezetcimben is utalni akartunk rá: a fejtegetés ezzel is (sőt főképp ezzel) foglalkozik. Az eredeti fejezetcim: Elemantary Models - csupán a készletproblémára utal. (ref.)

xx/ Pl. egy ruhagyárban egy-egy uj tétel gyártásának megkezdésekor át kell szervezni a futószalagot; a munkások kezdetben alacsonyabb normával gyakorolják be magukat az uj termék előállitásába, egyes gépeket esetleg másképp kell beállitani és igy tovább. Mindez együttvéve meghatározott átállitási költséget okoz. Példánkban ezt az átállitási költséget kellene "kezdési költségnek" tekinteni. (Ref.)

xxx/ A mi terminológiánk szerint ez lényegében a forgóeszközök után fizetendő kamatnak felel meg. (Ref.)

Rendelési változók. A rendelés feladása és a megrendelt áru beérkezése között idő telik el. Ezt egyes esetekben gyakorlatilag 0-nak tekinthetjük. (Pl. a tejet azonnal megkapjuk a tejboltban.) Más esetekben viszont az idő különbözet jelentős lehet. Ilyenkor két eshetőség van. A rendelés és a teljesités közötti időköz lehet fix vagy változó. A készletezésre kerülő áru érkezhet diszkrét mennyiségekben (pl. mindig 1000 darab egyszerre) vagy folytonosan. A készletezésre átadott mennyiség lehet konstans, vagy változó.

Még sokféle tényezőt sorolhatunk fel, sokféle variációban. De már az eddig leirt tényezők is többezerféleképpen kombinálhatók. Másszóval: ezekből az elemekből többezerféle konkrét készlet-modellt szerkeszthetnénk.

Ezek közül néhány egyszerübbet tárgyalunk majd a továbbiakban.

I. modell

Egy gyárnak összesen R termékegységet kell szállitania a megrendelő számára a T időszak alatt. A kereslet tehát ismert és konstans. A költségek a következők:

C_1 = egy termékegység készletezési költsége, egy időegységre.

C_2 = a hiány okozta költség. Feltesszük, hogy a hiányt mindenképpen meg kell akadályozni. Ezért $C_2 = \infty$

C_s = az egy sorozatra eső kezdési költség.

Egy sorozat nagyságát q-val jelöljük, az egy-egy sorozat megkezdése között eltelő időszakot pedig t_s-sel.

A következőket kell megállapitani:

1./ Milyen gyakran kerüljön sor egy-egy uj sorozatra. Vagyis meg kell állapitani t_s optimális értékét.

2./ Hány termékegységből álljon egy-egy sorozat. Vagyis meg kell állapitani q optimális értékét.

Az itt leirt szituációt a következőképpen ábrázolhatjuk:

(A könyv 202 . oldalán szereplő ábra)

(1. ábra. lásd a könyv végén)

Bebizonyitható, hogy az optimális sorozatnagyságot, amelyet q_0-vel jelölünk, a következő képlet adja meg:

$$/8.1/ \qquad q_0 = \sqrt{2 \frac{R}{T} \frac{C_s}{C_1}}$$

Ennek megfelelően a sorozatok megkezdése közötti optimális időtartamot, amelyet t_{so}-val jelölünk, a következő képlet adja meg:

$$/8.2/ \qquad t_{so} = \sqrt{2 \frac{T}{R} \frac{C_s}{C_1}}$$

Optimális sorozatnagyság és a sorozatok közötti optimális időtartam esetén minimális lesz az összes várható költség (total expected cost.) Ezt TEC_o-val jelöljük:

$$/8{,}3/ \qquad TEC_o = \sqrt{2\, RTC_1\, C_s}.$$

II. modell

Abban különbözik az I. modelltől, hogy feltesszük: nincs eleve kizárva a hiányok keletkezésének lehetősége. (Vagyis C_2 nem végtelen!)

Ezt a szituációt is ábrázolhatjuk grafikusan. Az ábrán S jelzi a készlet-szintet egy-egy sorozat megkezdése esetén.

(A könyv 205. oldalán szereplő ábra).

(2. ábra. lásd a könyv végén)

Az optimális sorozat-nagyság képlete ebben a modellben:

$$/8{,}4/ \qquad q_o = \sqrt{2\frac{R}{T}\frac{C_s}{C_1}}\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}$$

A sorozat gyártásának megkezdésekor szükséges készlet optimuma, S_o:

$$/8.5/ \qquad S_o = \sqrt{2\frac{R}{T}\frac{C_s}{C_1}}\sqrt{\frac{C_2}{C_1 + C_2}}$$

A sorozatok megkezdése között eltelő időtartam optimuma:

$$/8.6/ \qquad t_{so} = \sqrt{2\frac{T}{R}\frac{C_s}{C_1}}\sqrt{\frac{C_1 + C_2}{C_2}}$$

A fejezet a továbbiakban még 4 modellt ismertet, amelyek némileg összetettebbek, bonyolultabbak, mint az előbb ismertettek. Mindegyiket példák illusztrálják.

A példák közül egyre térünk ki, amely egy ténylegesen lefolytatott OK eredményeit foglalja össze.

A szóbanforgó vállalat autók, traktorok, repülőgépek számára gyárt alkatrészeket. Egy aránylag kicsi, olcsó, viszont nagy tömegben gyártott alkatrészről van szó. A gyártási folyamat két szakaszból áll: egy előkészítő és egy befejező szakaszból. A kettéválasztás a következő megfontoláson alapul: a kész alkatrészt igen sokféle formában, sok változatban állítják elő - de sokféle változat készül ugyanabból a félkésztermék-fajtából. Ennélfogva a termelés összetétele az első szakaszban sokkal kevésbé változékony, mint a másodikban. Ha a második szakaszban fennakadás, késés fordulna elő, ez nagy költségeket okozna a vállalatnak. Ezért a félkésztermékekből megfelelő készletet kell tartani, nehogy félkésztermék-hiány következtében fennakadás keletkezzék, s emiatt a vállalat érdekei kárt szenvedjenek.

A feladat megoldását nehezitette, hogy a késztermék iránti keresletet nem ismerték pontosan, csak a havi kereslet valószinüségi eloszlását.

A probléma az volt: mekkora sorozatot gyártsanak egy-egy félkésztermék-fajtából; milyen időközökben; mekkora legyen a félkésztermékek készlete. Ezekre a kérdésekre adott választ a vizsgálat.

9. fejezet. Készletprobléma "ártörés" esetén

E fejezet a készletprobléma következő válfajaival foglalkozik:

Egy-egy termék beszerzésének költsége nem konstans, mint a 8. fejezet modelljeiben, hanem változó. Ezzel az esettel állunk szemben, pl. akkor, ha a szóbanforgó termék szállitója nagyobb sorozat megrendelése esetén árengedményt ad.x/

Ebből azt a legegyszerübb esetet tárgyalja a könyv, amikor mindössze egy "ártörés" van. Ezen a következő értendő:

Legyen b az a kritikus sorozatnagyság, amelynél nagyobb tétel megrendelés esetén árengedményt kap a vállalat a következő megállapodás szerint:

Mennyiség	Egységár
$1 \leq q_1 < b$	K_1
$q_2 \geq b$	K_2

ahol q_1 = a kritikus nagyságnál, b-nél kisebb sorozat nagysága;
K_1 = a "rendes ár";
q_2 = a kritikus nagyságnál nagyobb sorozat nagysága;
K_2 = az engedményes ár. Eszerint $K_2 < K_1$.

Ilyenkor mondjuk, hogy b-nél "törik" az ár.

Ennél a modellnél is levezethetők döntési szabályok az optimális sorozatnagyság, valamint az egy-egy sorozat beszerzése között eltelő optimális időtartam meghatározására.

A könyv a továbbiakban tárgyal olyan modelleket is, amelyekben nem egy, hanem kettő, illetve kettőnél több "ártörés" van.

x/ A mi viszonyaink között rendszeresen találkozunk ezzel az esettel az import-beszerzéseknél. Emellett ma már belföldön is létezik - bár csak szórványosan - a nagy sorozat, nagy tétel után nyujtott árengedmény. (Ref.)

10. fejezet: Készletmodellek korlátokkal.

A 8. fejezet olyan szituációkat tárgyalt, amelyekben nem volt szükséges figyelembevenni a termelési és a raktározási, a pénz, vagy az időbeni korlátokat. Amennyiben ilyen modelleket is figyelembe kell venni, s ráadásul nem is egy, hanem többféle termék gyártása jöhet szóba, úgy a feladat: a rendelkezésre álló korlátozott erőforrásokat elosztani. allokálni a különböző termékek között. Ennélfogva a modellnek meg kell világitania, hogy a megjelölt korlátok között mennyit termeljünk (illetve vegyünk) a különböző termékekből. Ezek "vegyes" modellek, abban az értelemben, hogy egyszerre foglalkoznak allokációs (programozási) és készlet-tervezési problémával. Ennyiben tehát átmenetet jelentenek a 11.-13. fejezetek témájához. (Ott majd "tiszta" allokációs problémákat tárgyalunk.)

Bevezetésül vegyük azt az egyszerü esetet, amikor két termék - az X_1 és X_2 termék - gyártásáról van szó, de egyenlőre még nincsenek korlátok.

A következő jelöléseket alkalmazzuk:

L_i = az i-edik termék /i = 1,2/ havi eladása. Feltesszük, hogy ez ismert és konstans.

C_{i1}= az i-edik termék egy tételének kezdési költsége.

C_{i2}= az i-edik termék egy egységének anyag- és közvetlen bérköltsége

N_i = a sorozatnagyság, vagyis az i-edik termékből gyártott egységek száma, egy tételen belül

P = havi készletezési költség, kifejezve a készlet értékének százalékában.

Bebizonyitható, hogy az optimális sorozatnagyságot,

N_i^*-ot a következő képlet adja meg:

$$N_i^* = \sqrt{2\frac{L_i\ C_{i1}}{P\ C_{i2}}} \qquad /10.1/$$

Vegyük a következő számszerü példát:

Termék	L_i	C_{i1}	C_{i2}
X_1	200	$ 100	$ 12
X_2	400	$ 25	$ 7

P = 0,005

Kiszámitható, hogy jelen esetben N_1^* = 816, N_2^* = 756.

Egy koordinátarendszer ordinátatengelyére az X_1 termékből, abszcisszatengelyére pedig az X_2 termékből gyártandó sorozatnagyságot tüntetjük fel.

(A könyv 260. oldalán lévő ábra.)

3. ábra (lásd a könyv végén)

Az optimális sorozatnagyságpárt a Z pont mutatja meg. Mit ábrázolnak a Z pont körül gyürüző görbék? Egy-egy ilyen gyürüző görbe azokat a sorozatnagyságpárokat köti össze, amelyek egyenlő költségeket okoznak. Minél távolabb fekszik a Z ponttól, annál magasabb költséget reprezentál egy-egy ilyen görbe.

Most már rátérhetünk a fejezet tulajdonképeni tárgyára: egy jellegzetes korlátra. Ilyen korlát lehet pl. az, hogy nem áll rendelkezésünkre tetszőleges raktártérfogat: a raktártérfogat korlátozott. x/ Az i-edik termék egy egysége W köbméter raktártérfogatot igényel. Kimutatható, hogy az átlagos helyigény összesen:

$$1/2 \sum_i W_i N_i$$

Ha mármost a rendelkezésre álló raktárak összes térfogata (ugyancsak köbméterben számitva) S, akkor tervünknek ki kell elégitenie a következő feltételt:

$$/10{,}2/ \cdot \sum_i (W_i N_i /2) \leq S.$$

Most tehát ugy kell megtalálnunk N_i, a sorozatnagyság optimális értékét, N_i^*-ot, hogy az megfeleljen a /10,2/ feltételnek.

Előbbi példánkat folytatva, legyen $W_1 = 5\ m^3$, $W_2 = 35\ m^3$, $S = 14\,000\ m^3$

Ebben az esetben a sorozatnagyságok meghatározásakor eleget kell tennünk a következő feltételnek:

$$5\ N_1 + 35\ N_2 \leq 28\,000$$

Ezt grafikusan a következőképpen ábrázolhatjuk:

(A könyv 262. oldalán lévő ábra.)

(4. ábra, lásd a könyv végén)

Az optimális sorozatnagyság-párt reprezentáló pontok a vonalkázott területre kell essenek. Az a Z pont, amelyet korábban - a korlát felállitása előtt - az optimális sorozatnagyság-párt jelképező pontként meghatároztunk, a vonalkázott területen kivül fekszik. Ha ugyanis 816-os sorozatot gyártunk a X_1 termékből és 756-os sorozatot az X_2 termékből, ugy a raktárigény 15 270 köbméter lenne, holott csak 14 000 áll rendelkezésre. Láthatjuk: az eredeti

x/ Ez olyan korlát, mellyel hazai alkalmazás esetén sok területen számolnunk kellene. Ismeretes ugyanis, hogy az ipar és a kereskedelem sok szektorában a raktártérfogat "szük keresztmetszet". (Ref.)

(korlát nélküli) optimum helyébe uj optimumot kell meghatároznunk, amely immár betartja a megszabott korlátot.

Jelen modellben egy olyan közelitő számitást alkalmazhatunk erre a célra, amely az ugynevezett Lagrange-féle multiplikátor technikáját használja fel. A részletes levezetést itt mellőzzük. Az előbbiekben leirt számszerü példához a korlátot betartó optimális sorozatnagyság-pár: $N_1^* = 810$, $N_2^* = 690$, (ellentétben a korlát nélküli 816,756 sorozatnagyság-párral.

Mostanáig csupán a raktártérfogatot tekintettük korlátozottnak. De lehetnek másfajta korlátok is. Igy pl. minden átállás meghatározott időre leköti a gépeket, viszont a gépek átállási célokra leterhelhető összes ideje korlátozott. Ennek a korlátnak a matematikai kezelése eltér az előbbitől. Azt ugyanis lineáris, ezt pedig nem-lineáris formában tárgyalja a könyv.

Elképzelhetők olyan szituációk is, amikor egyszerre kell figyelembe venni a raktártérfogat és az átállásokra igénybevehető gépi idő korlátozottságát. A könyv részletesen tárgyalja az ilyen alkalmazható számitási eljárásokat.

Természetesen a feladat bonyolultsága erősen nő, ha többféle termékkel és több korláttal van dolgunk. Előfordulhat, hogy egyes esetekben nem is határozható meg olyan sorozatnagyság-rendszer, amely mellett minden feltétel teljesül. Amennyiben egyáltalán van megoldás, nehéz kidolgozni azt az eljárást, amellyel az optimum meghatározható. Többnyire olyan eljárások alkalmazására kerül sor, amelyek valamilyen szabály szerint végrehajtott fokozatos közelitéssel jutnak el az optimumhoz.

A könyv röviden utal néhány nagy gyakorlati jelentőségü készletproblémára, amelyekkel kapcsolatban már részletes tanulmányok születtek. (Általában matematikailag bonyolult feladatokról van szó, amelyeket ez a bevezető könyv nem tárgyal részleteiben.) Ilyen problémák pl.:

-- A kereslet bizonytalan, s ezért "ütköző készletre" van szükség, nehogy hiány akadályozza a kereslet kielégitését.

-- Dinamikus készlet-problémák. (A 8.-10. fejezet csak statikus készletmodelleket tárgyalt.) Egyes ilyen modellek a "szervo-mechanizmusok" koncepciójára épülnek; a "visszacsatolás" megfelelő rendszerével biztositják az alkalmazkodást a kereslet vagy a beszerzés változásaira.

-- Megfelelő dinamikus készletmodell képes számitásba venni azokat a költségeket is, amelyek a termelési szinvonal változása következtében lépnek fel. Ez a modell olyan termelési szinvonal meghatározását szolgálja, amely együttesen minimalizálja a készletezési költséget, a hiány okozta költségeket és a termelési szinvonal változása által okozott költségeket.

-- A termelési szinvonal és a készletek meghatározásának problémája szezonális ingadozás esetén.

V. rész: ALLOKÁCIÓS MODELLEK.

Ugynevezett allokációs modelleket használunk, ha a következő problémával állunk szemben:

a./ Többféle "aktivitás" tevékenység vihető véghez és végrehajtásuk többféle alternatív módon történhet.x/

b./ Nincsenek meg a szükséges erőforrások ahhoz, hogy valamennyi aktivitást a leghatékonyabb módon valósitsunk meg.

A feladat: ugy kombinálni az aktivitásokat és az erőforrásokat, hogy maximalizáljuk az általános hatékonyságot.

A b./ probléma rendszerint két fő formában merül fel:

1./ Az elvégzendő tevékenység pontosan meghatározott. Egyes erőforrások /kapacitások, anyag stb./ rendelkezésre állnak ugyan, de korlátozott mértékben. A kérdés: hogyan lehet ugy felhasználni a korlátozott erőforrásokat, hogy az előirt tevékenységet a leggazdaságosabban végezzük el.

2./ A felhasználható erőforrások rögzitettek, de az elvégzendő tevékenység nem. A probléma: azoknak a tevékenységeknek meghatározása, amelyek ezekből az erőforrásokból a maximális hozadékot eredményezik.

A könyv az allokációs modellek két legáltalánosabb tipusával foglalkozik: a lineáris programozással és az ugynevezett "hozzárendelési problémával" /assignment problem./

---

x/ Az "aktivitás" szó ebben az összefüggésben a tevékenység legkülönfélébb fajtáit megjelölő gyüjtőfogalom. Pl. termelés, szállitás, eladás, beruházás, katonai akció; sőt lehet pl. élelmiszerek elfogyasztása is /az un. "optimális diéta" lineáris programozással történő meghatározásánál./

Az operáció-kutatás témái közül az allokációs probléma foglalkoztatta eddig leginkább a hazai kutatókat. A munkák zöme a lineáris programozás ismert eljárásait használja fel: de történt néhány kisérlet ettől eltérő feladatok megoldására, más módszerek kidolgozására is. A továbbiakban a referátum rövid áttekintést ad ezekről. /Néhány müre nem ebben a felsorolásban, hanem a későbbiekben, a könyv gondolatmenetéhez kapcsolódva utalunk./

Bod Péter: A lineáris programozás módszerének felhasználásával kapcsolatos néhány probléma. /MTA Közgazdaságtudományi Intézete. Sokszorositva, 1959./

Egervári J.: Régi és uj módszerek lineáris egyenletrendszerek megoldására. /MTA Matematikai Kutatóintézetének Közleményei. I. évf. 1956. 1-2. füz. 109-123. p.

Egervári J.: Kombinatórikus módszer a szállitási problémák megoldására. /MTA Matematikai Kutatóintézetének Közleményei. IV. évf. 1959. 1. füz. 15-28. p.

Fekete A. - Kecskeméthy I.: A lineáris programozás alkalmazása a közlekedés területén. /Statisztikai Szemle, 1959. 5. sz. 511-522. p.

Ganczer S.-Krekó B.-Mentes L.: Tanulmány a dohányértékesitő vállalatok szállitási programjáról és az elosztó raktárak telepitéséről. /Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem gazdaságmatematikai tanszék, Kéziratban. 1958./

11. fejezet. Lineáris programozás

A lineáris programozás az optimalizálási problémák igen széles körének megoldásához adja meg a szükséges technikát. Az eljárás alkalmazásának két fő feltétele van:

1./ Legyen egy cél, amelynek optimalizálására törekszenek, s ezt az optimalizálási törekvést egy lineáris függvény fejezze ki /vagy legalábbis reprezentálja/. Ilyen cél lehet pl. a nyereség maximalizálása, a költség minimalizálása, a mennyiség maximalizálása stb. /Ezzel kapcsolatban meg kell jegyezni: sok esetben lényeges különbség van az olyan program között amely a költséget minimalizálja, s az olyan program között, amely a nyereséget maximalizálja. A két cél csak bizonyos feltételek mellett esik egybe, pl. akkor, ha az egyes termékmennyiségek rögzitettek./

2./ A kitüzött cél elérésének vannak bizonyos megszoritásai, korlátai, feltételei. Ezeket a korlátokat lineáris egyenletek vagy egyenlőtlenségek fejezik ki.

A lineáris programozási feladatokra nagyon jellemzőek az egyenlőtlenségek formájában /"nem több mint ...", "nem kevesebb mint ...", "legalább annyi mint ...", "legfeljebb annyi mint ..."/ megadott feltételek.

E korlátok, feltételek tartalma sokféle lehet.

Néhány példa:

-- Kapacitás-korlátok. /Pl. az adott pillanatban rendelkezésre álló géppark korlátozott teljesitőképessége egy termelési programnál./

-- Valamely termékből minimálisan szükséges mennyiség. /Pl. meghatározott mennyiségből kevesebbet nem fogad el a vevő./

Jándy Géza: Szállitási feladatok a lineáris programozásra. Közlekedéstudományi Szemle, 1958. 6.sz. 254-261. p.

Kádár Iván: Egyes matematikai módszerek felhasználása a szocialista tervezésben. /Pénzügy és Számvitel, 1958. 4. sz. 143-146. p.

Kádár Iván: Lineáris programozás alkalmazása épitőanyagok szállitástervezésében. /Épités technikai és Gazdasági Iroda, kéziratban, 1958-1959./

Kondor György: Eljárások a leggazdaságosabb cukorrépa-szállitási és feldolgozási program megállapitására. / Közgazdasági Szemle, VI. évfolyam. 1959. nov. 1184-1201. p.

Kornai János: A nyereségérdekeltség matematikai vizsgálata. A MTA Matematikai Kutatóintézetének közremüködésével. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1959. VI. 248. p.

Krekó Béla: A szállitási problémáról. /Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem Évkönyve, 1958. Bp. 1959. 251-271. p.

Magyar Tudományos Akadémia Kibernetikai Kutatócsoportja: Beszámoló a magyarpapiripar optimális programjának megállapitását célzó kutatásokról. /Sokszorositva, 1959./

Martos B.: Hiperbolikus programozás /1959. kéziratban./

/Ref./

-- Egy meghatározott ráfordítás-fajtából /pl. anyagból/ valamely termékmennyiség gyártásához minimálisan szükséges mennyiség, stb.

A korlátokat, feltételeket végső soron meghatározó okok igen sokfélék lehetnek: pl. piaci tényezők, üzleti megfontolások, készletek, kormányzati előírások stb.

Láthatjuk, hogy mind az optimalizálási feladatot, mind pedig a feltételeket lineáris formában kell kifejezni ahhoz, hogy a lineáris programozás eljárásai alkalmazhatók legyenek. /Egyébként gyakran „linearizálhatjuk" az első megközelítésre nem-lineáris formában jelentkező összefüggéseket./ Ügyelni kell azonban arra, hogy ne alkalmazzuk a lineáris programozást ott, ahol a linearitás feltételezése nem jogosult, nem közelíti meg megfelelően a valóságot. Ilyenkor más eljáráshoz kell folyamodni, Vannak már egyes kidolgozott nem-lineáris programozási módszerek is: különösen arra az esetre, ha a szóbanforgó függvények kvadratikusak.

A könyv számos példát hoz fel lineáris programozással megoldható problémákra:

I. Ezt a módszert elsőként a szállítási probléma megoldására használták fel. Adva van n számu, különböző földrajzi fekvésü termelő üzem, valamennyi azonos terméket gyárt. Adva van továbbá m számu rendeltetési hely, ahova ezeket a termékeket szállitani kell. Adottak a szállitási és raktározási tarifák, valamint az átvevők kivánságai szerint a szállitási kötelezettségek. Meghatározandó az optimális szállitási program, amely mellett a szállitási költség minimális.

II. A légiközlekedéshez használt üzemanyag leggazdaságosabb keverékének meghatározása, a minőségi követelmények figyelembevételével /Ezt a számitást Charnes, Cooper és Mellon végezték el: számitásaikat 1952-ben részletesen publikálták./

III. Egy összetett megrendelés optimális szétosztása különböző ajánlat-tevők között.

IV. A személyzet optimális szétosztása.

V. Optimális vetésforgó meghatározása a mezőgazdaságban.

VI. Üres vasuti teherkocsik elosztásának meghatározása. A cél: a feleslegben lévő teherkocsikat különböző kiindulópontokról átirányitani azokra a rendeltetési helyekre, ahol kellenek, mégpedig ugy, hogy megmozgatásuk költsége minimális legyen.x/1

VII. A termelési terv meghatározása egy vertikális üzemben, ahol alternativ lehetőségek vannak egyrészt különböző termékek gyártására, másrészt egy-egy termék előállitásánál különféle gyártási eljárások alkalmazására. /pl. a gyár A vagy B mühelyében állitsák-e elő ugyanazt a terméket./

VIII. Bombázási programm a légierők számára.

IX. Raktárak, üzemek optimális területi elhelyezésének problémája.

X. Gépek optimális területi elhelyezése a mühelyen belül.

---

x/ Hasonló problémát oldott meg a Magyar Tudományos Akadémia Matematikai Kutató intézete a HÉV számára.

/ Ref./

A könyv ezekután a lineáris programozási feladatok megoldásához leginkább használt eljárásokat, elsősorban az un. "szimplex módszert" ismerteti részletesebben. x/2 Emellett felhívja a figyelmet arra, hogy meghatározott feladatoknál /pl. egyes szállitási problémáknál/ alkalmazhatók ennél egyszerübb eljárások is.

Mi a helyzet akkor, ha az optimális program meghatározása után a programozás egyes feltételei, illetve egyes, a programozásnál felhasznált adatok módosulnak? A szimplex módszer bizonyos esetekben lehetőséget ad arra, hogy -e módositások ellenére - ne kelljen ujra kezdeni az egész számitási eljárást, hanem a módositást az eredeti programozás befejezéseképen felállitott optimális táblázat alapján hajtsuk végre.

A könyv szerzői az ilyen esetekben alkalmazható program-módositó eljárásokat nem irják le általános formában, csupán a szimplex-eljárást bemutató konkrét példához kapcsolódva illusztrálják.

Néhány példa arra, mikor nyilik alkalom a röviditett program-módositó eljárásra:

1./ Lineáris programozással elkészült egy vállalat optimális termelési programja. Tegyük fel, hogy az optimálizálási feladat a nyereség maximalizálása. Ez a program egyes termékek gyártását kizárja, mert azok nyereség-szempontjából kedvezőtlenebbek a programba beállitott termékeknél.

Mi történik azonban akkor, ha - valamilyen oknál fogva - gyártani kell ilyen termékeket is? /Pl. azért, mert a vevő ragaszkodik ezekhez./

A kötelező feladat figyelembevétele természetesen csökkenti a nyereséget az optimális programhoz képest. De a szimplex módszerrel meghatározott eredeti optimális táblázat segitségével megállapitható, hogyan lehet a szükséges módositást ugy végrehajtani, hogy az elkerülhetetlen nyereség-csökkenés minimális legyen.

2./ Az optimális program meghatározása után változhat az erőforrások, kapacitások nagysága. Pl. bővül egyik, vagy másik, a termeléshez szükséges gépi kapacitás, a korlátozott mennyiségben rendelkezésre álló anyagból az eddiginél több áll rendelkezésre stb.

Az eredeti optimális táblázat segitségével megállapitható, hogy az egyik vagy másik erőforrás növekedése mekkora nyereségtöbbletet biztosithat, a program milyen mértékü javitását teszi lehetővé.

3./ A müszaki fejlődés hatására megváltozhatnak a termelés ráforditási együtthatói. /Pl. az 1 termékegység előállitásához szükséges gépóra-szám, vagy az 1 termékegységhez szükséges anyagmennyiség stb./ Ilyenkor általában ujra kell elvégezni a programozást. Bizonyos esetekben azonban ilyenkor is felhasználható a korábbi programozás optimális táblázata. Eddig olyan eseteket soroltunk fel, amikor a programozás feltételeiben, adataiban bekövetkezett tényleges módosulásról van szó. Hasonló problémák merülnek fel akkor, ha az adatokban /pl. a ráforditási együtthatókban, egységköltségekben stb./ rejlő hibák, tévedések hatását elemezzük. Megállapithatók azok a hibahatárok, amelyeken belül a program - az adatokban rejlő esetleges hiba ellenére is - optimális marad.

x/ A szimplex-módszer leirását mellőzzük, mert ezt az olvasó magyarnyelvü irodalomból is könnyen megismerheti. Elsősorban Bacskay-Krekó: "Bevezetés a lineáris programozásba" c. művére utalunk. /Bp. 1957./, továbbá számos más, folyóiratokban megjelent ismertető cikkre. Egyébként a könyv csupán konkrét példán mutatja be az eljárást, s nem tárgyalja általános formában.

12. fejezet: A hozzárendelési probléma.

Egyes lineáris programozási feladatokhoz felhasználhatók a szimplex eljárásnál egyszerübb eljárások. Ezek közé tartozik az un. hozzárendelési probléma (assignment problem).

Adva van n számu tevékenységi lehetőség és ugyancsak n számu teendő. Ismerjük, hogy minden egyes tevékenységi lehetőség felhasználása esetén milyen hatékonysággal láthatnánk el az egyes teendőket. (Az a táblázat, amely ezeket a hatékonysági jellemzőket tartalmazza, egy n^2-es mátrix.). A feladat minden egyes tevékenységi lehetőséghez hozzárendelni egy, s csak egy teendőt, mégpedig ugy, az összes tevékenységek hatékonysága együttesen optimális legyen.

Számos irányitási, gazdaságvezetési probléma merül fel ebben a formában. Pl. ilyen problémával áll szemben az, aki a traktorok és a traktorok által vont pótkocsik elosztását szabályozza. Rendelkezésre áll n számu traktor, különböző pontokon. Összesen ugyancsak n számu megrakott pótkocsit kell különböző adott feladóhelyekről egy gyüjtőhelyre elvontatni. A probléma: ki kell jelölni, hogy melyik traktor melyik pótkocsit vontassa el - mégpedig ugy, hogy a hatékonyság optimális legyen. (Pl. minimális legyen az összes szállitási távolság, vagy a traktorok összes vontatási ideje.)

Meg kell jegyezni, hogy egy n^2-es mátrixnek összesen $n!$-féle lehetséges kijelölési elrendezése van. Ha naiv módon megkisérelnénk az optimumot ugy megállapitani, hogy valamennyi elképzelhető lehetőséget sorravesszük, s ezeket összehasonlitva határozzuk meg az optimumot, ugy pl n = 20 esetén összesen

2.432.902.008.176.640.000 elrendezést kellene sorravennünk. Ez az egyszerü példa is mutatja, hogy milyen fontos megtalálni az alkalmas egyszerü számitási technikát az ilyen tipusu feladatok megoldására.

A problémát matematikailag a következőképpen fogalmazhatjuk meg:

Adott: egy n^2-es matrix: $\underline{\underline{A}} = \| a_{ij} \|$ amelyben $a_{ij} \geq 0_{ij} = 1,2,\ldots,n \quad (n \geq 3)$

Keresendő: egy n^2-es mátrix $\underline{\underline{X}} = \| x_{ij} \|$, (ezt "hozzárendelési mátrixnak" nevezzük), mégpedig a következő feltételek mellett:

Először:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{ha az i tevékenységi lehetőséget a j teendőhöz jelöltük ki} \\ 0, & \text{minden más esetben.} \end{cases}$$

Másodszor:

az $\underline{\underline{X}}$ mátrix minden sora és minden oszlopa csupán egyetlen nullától különböző elemet tartalmaz, a többi elem 0.

Harmadszor:

/12,1/ $T = \sum_{i,j} a_{ij} x_{ij}$ = minimum

A feladat tehát az, hogy az $\underline{\underline{A}}$ mátrix-ból n olyan elemet válasszunk ki, melyek közül az $\underline{\underline{A}}$ mátrix minden sorában és minden oszlopában csupán egy foglal helyet, s melyek összege valamennyi ilyen összeg közül a legkisebb. Ha ezek a feltételek teljesülnek, akkor megkapjuk az optimális megoldás hozzárendelési rendszerét.

Az ilyen tipusu problémák megoldásához többféle algoritmus alkalmazható. Különösen jól használható az az eljárás, amelyet a szakirodalomban "magyar módszernek" neveznek, tekintettel arra, hogy alapját egy - Kőnig Dénes és Egerváry Jenő magyar matematikusok által bizonyitott tétel képezi.x/

A könyv ezekután a kijelölési probléma három variációját ismerteti.

I. Egyes esetekben a probléma olyan formában jelentkezik, hogy az alkalmazott mátrix nem négyzetes, hanem

n x m (m<n) mátrixxal van dolgunk. Ilyenkor könnyen végrehajtható az eredeti mátrix átalakitása négyzetes mátrixszá.

II. Egyes esetekben valamely oknál fogva meg kell akadályozni, hogy egyes tevékenységi lehetőségek számára bizonyos teendőket jelöljünk ki. (Pl. kormányzati tilalmak korlátokat szabnak stb.)

Ez igen könnyen megoldható. Legyen a szóbanforgó tilos alternativa az i-edik tevékenységi lehetőség, a j-edik teendő elvégzése esetén. Ez esetben az $\underline{\underline{A}}$ mátrixban a következőképpen határozzuk meg a_{ij} értékét:

/12,2/ $a_{ij} = \infty$

Ezáltal ez az alternativa automatikusan ki van zárva az optimális megoldásból.

III. A minimalizálási feladathoz hasonlóan megoldhatók - lényegében azonos technikával - maximalizálási feladatok is.

---

x/ Ez a módszer akkor lett a külföldi operációkutatás közkincsévé, amikor J.W. Kuhn 1953-ban angolra forditotta és az USA-ban publikálta Egerváry J. 1931-ben irott "Matrixok kombinatorikus tulajdonságairól" c. cikkét. (Matematikai és fizikai Lapok, 1931. 38. sz. 16-28. p.) Lásd még Krekó Béla "A magyar módszerről" c. tanulmányát. Budapest,1958. MTA Kibernetikai Kutatócsoportja Dokumentumtárának kiadványa. (Ref.)

13. fejezet: Az allokációs probléma néhány illusztrációja.

Az előző két fejezetben tárgyalt eljárások gyakran olyan tömegü számitást igényelnek, hogy nélkülözhetetlenné válik elektronikus számológép felhasználása. Ez azonban nem mindig oldható meg. E fejezet egyik tárgya: az ilyesfajta lineáris programozási problémák nem-analitikus, az optimális megoldást csupán megközelitő, viszont nagyon egyszerüen alkalmazható, elektronikus számológépet nem igénylő eljárások leirása.

Referátumunk egyet ismertet közülük.

Tegyük fel, hogy 6 féle alkatrészt kell gyártani egy üzemben, mindegyiket megadott mennyiségben. Három gép áll rendelkezésre, valamennyi meghatározott számu üzemórára; mindegyik gépen gyártható mind a hatféle alkatrész. Az egy alkatrész előállitásához szükséges gépórák száma azonban gépenként, illetve alkatrészenként különböző. Az előállitáshoz szükséges gépóra/darab-adatokat és az egyéb jellemző számokat a következő táblázat foglalja össze:

Alkatrész / Gép	1	2	3	4	5	6	Rendelkezésre álló gépóra
	gépóra/darab						
1	3	3	2	5	2	1	80
2	4	1	1	2	2	1	30
3	2	2	5	1	1	2	160
Gyártási feladat:	10	40	60	20	20	30	Összesen: 270

1. lépés: összeállitunk egy "ideális programot", tekintet nélkül a kapacitás-korlátokra. Tehát minden alkatrészt arra a gépre terhelünk, amely azt a legtermelékenyebben állitja elő. Igy eljutunk egy "ideális táblázathoz":

"Ideális táblázat"

Alkatrész / Gép	1	2	3	4	5	6	Rendelkezésre álló	Beütemezett
	darab						gépórák	
1						30	80	30
2		40	60				30	100
3	10			20	20			60
Gyártási feladat:	10	40	60	20	20	30	270	190

Láthatjuk: az 1. és 3. gép egyenlőre nincs egészen leterhelve, viszont a 2. gép tulterhelt. Ezért most a 2. és 3. alkatrészt - legalább részben - át kell csoportositani más gépre. Mivel a legtermelékenyebb előállitási lehetőségről le kell mondani, arra törekszünk, hogy legalább a <u>második</u> legtermelékenyebb lehetőséget válasszuk, s ne a legkevésbbé termelékenyt. Ezért a 3. alkatrész gyártási feladatának egy részét áttesszük az 1. gépre, a 2. alkatrészt pedig teljesen átcsoportositjuk a 3. gépre. Igy a következő táblázathoz jutunk:

"Javitott táblázat"

Gép \ Alkatrész	1	2	3	4	5	6	Rendelkezésre álló	Beütemezett
	darab						gépórák	
1			25			30	80	80
2			35				30	35
3	10	40		20	20		160	140
Gyártási feladat	10	40	60	20	20	30	270	255

Még mindig van bizonyos eltérés (bár már jóval kisebb) a "beütemezett" és a ténylegesen rendelkezésre álló gépórák között. Az előbbihez hasonló logika alapján ujabb átcsoportositást hajtunk végre, s most már teljesen megszüntetjük ezt az eltérést. Eljutottunk a következő, végleges táblázathoz:

"Optimális táblázat"

Gép \ Alkatrész	1	2	3	4	5	6	Rendelkezésre álló	Beütemezett
	darab						gépórák	
1			30			20	80	80
2			30				30	30
3	10	40		20	20	10	160	160
Gyártási feladat	10	40	60	20	20	30	270	270

Bebizonyitható, pl. a szimplex eljárás alkalmazásával, hogy jelen esetben nemcsak megközelitettük, hanem el is értük az optimumot. Mindez három egyszerü, percek alatt megtehető lépésben történt; találgatással a "kisérlet és tévedés" módszerével. Szimplex technika alkalmazása - ebben az esetben - 11 lépéses iterációt igényelt volna: kb 4 órás számitást egy ebben gyakorlott szakember számára.

A könyv ezekután néhány, a gyakorlatban megoldott allokációs problémát ismertet. Ezek egyrészét az előző fejezetekben leirt analitikus módszerekkel, másik részüket nem analitikus eljárásokkal oldották meg.

- Egy antibiotikum-gyár fiolatöltő berendezéseinek optimális leterhelése.

- Egy vállalat hengereltáru-szükségletének optimális kielégitésére. (A hengerelt acél egyrésze a vállalaton belül megy át különböző meleg és hideg hengerelési müveleteken. Másik része kivülről vásárolt melegen hengerelt acél; csupán a hideg hengerlés történik a vállalaton belül.)

- Egy erőmü optimális szénbeszerzési programja.

- Optimális kohó-elegy meghatározása.

VI. rész: VÁRAKOZÁSI-IDŐ MODELLEK.

Ha kiszolgálást igénylő egységek várakoznak a kiszolgálásra, vagy pedig a kiszolgáló egységek üresen állnak, nem lévén kiszolgálandó, akkor valamilyen várakozási-idő problémával állunk szemben. Az ilyen problémák, strukturájuk alapján két tipusra oszthatók.

Az első tipusú problémakörbe tartoznak azok az esetek, amikor a kiszolgálandó egységek beérkezésének időpontja és a kiszolgálás időtartama véletlen. Ilyenkor választ keresünk arra a kérdésre, hogy mi a kiszolgáló egységek optimális száma, vagy arra, mi a beérkezés időpontjainak optimális eloszlása, vagy mindkét kérdésre egyszerre. Az ilyen problémák megoldására szolgáló modelleket a várakozási (sorbanállási) elmélet adja. (Az elmélet Erlang telefon-központokra vonatkozó kutatásain alapul.) Az exakt elméleti megoldások matematikailag általában elég bonyolultak, a problémák sok esetben azonban egyszerübben is megoldhatók.

A második problémakör sem a megérkezések időpontjaival, sem a kiszolgáló egységek számával nem törődik, hanem azt a sorrendet vizsgálja, amelyben a kiszolgálás megtörténik.x/ A modellek megoldása általában a kombinatorika segitségével történik.

---

x/ Hasonló problémákra a magyar üzemszervezés területén a programozás (sorolás) elnevezés terjedt el. Mi itt mellőzzük ezt a kifejezést, minthogy összetéveszthető a lineáris programozással. (Ref.)

14. fejezet: Sorbanállási modellek

A sor hossza - a fogyasztók megérkezésének és a kiszolgáló egységeknek sajátosságait lerögzitve - az idő függvénye. Ezért a sor képződését néha "sztochasztikus folyamatnak" is nevezik. Sztochasztikusnak egy időben véletlenszerüen lejátszódó folyamatot nevezünk.

Hogy a sor hosszának valószinüségi eloszlását meghatározzuk, bizonyos feltételezésekkel kell élnünk a folyamat alábbi sajátosságait illetően:

1./ Hogyan válnak a "fogyasztók" a sor tagjaivá (pl. pénztár előtt sorbanállók, teherautók a rakodásnál, nyersanyag a megmunkálógépnél.) Ez a rendszer "inputja".

2./ Mi a kiszolgáló egységek ("állomások") száma, és hogyan történik a kiszolgálás (pl. a kiszolgálás tömegének stb. korlátai.)

3./ Milyen sorrendben szolgálják ki a "fogyasztókat" (az u.n. sorbanállási szabályok.)

4./ Mi a szolgáltatás, mekkora az időtartama. Ez a rendszer "outputja" (pl. fogyasztók kiszolgálása, csomagolás, teherautók megrakása.)

A sorbanállás két okból keletkezik: 1./ vagy túl nagy a kereslet - tehát várni kell a kiszolgáló egységek, "állomások" előtt, vagyis "kevés" a kiszolgáló egységek száma; 2./ vagy túl csekély a kereslet, amikoris a kiszolgáló egységek üresen állnak, "túl nagy" a számuk. A feladat: optimálisan kiegyensúlyozni a várakozás és az üresen állás költségeit, azaz a "fogyasztók" és a "kiszolgálók" együttes költségeit minimálissá tenni.

Bevezetésül a könyv egy viszonylag egyszerü modellt ir le. Állapitsuk meg egy adott sor valószinü hosszát egyetlen állomás esetén, ahol mind a beérkezés, mind a kiszolgálás véletlenszerü. Feltesszük továbbá, hogy a kiszolgálási ráta nem függ a sorbanállók számától, és hogy a sorbanállókat megérkezésük sorrendjében szolgálják ki.

A következő jelölésekkel[x/] élünk:

n	=	a t időpontban sorbanállók száma
$P_n(t)$	=	annak valószinüsége, hogy t időpontban a sorbanállók száma n
$\lambda\Delta t$	=	annak valószinüsége, hogy a t időponttól $t+\Delta t$ időpontig, tehát Δt időtartam alatt egy újabb sorbanálló ("fogyasztó") érkezzék (ez azt jelenti, hogy λ a megérkezési ráta, másszóval az időegység alatt beérkező kiszolgálandók száma.)
$\mu\Delta t$	=	annak valószinüsége, hogy t - től $t+\Delta t$-ig az éppen soron lévő várakozó kiszolgálása befejeződjék
μ		μ a kiszolgálási ráta
$\bar{n}$	=	a sor várható (átlagos) hossza.

A modell felállitása differenciálegyenletek segitségével történik, mégpedig a következő meggondolás alapján:

---

x/ Ezek a "jelölések" egyben bizonyos feltételezéseket implikálnak! (Ref.)

Vizsgáljuk meg, mennyi a valószinüsége annak, hogy a $t+\Delta t$ időpontban a sorbanállók száma éppen n legyen? Ez 4, egymást kölcsönösen kizáró esetben történhet meg:

1./ t időpontban n sorbanálló van, és a Δt időszakaszban nem érkezik új sorbanálló, de nem is szolgálnak ki egyet sem. Ennek valószinüsége:x/

$$[P_n(t)][1-\lambda\Delta t][1-\mu\Delta t]$$

2./ t időpontban $n+1$ sorbanálló van, egyet kiszolgálnak és ujabb nem érkezik. Valószinüsége:

$$[P_{n+1}(t)][\mu\Delta t][1-\lambda\Delta t]$$

3./ t időpontban $n-1$ sorbanálló van, egy újabb érkezik, s egyet sem szolgálnak ki. Valószinüsége:

$$[P_{n-1}(t)][\lambda\Delta t][1-\mu\Delta t]$$

4./ t időpontban n sorbanálló van, egy ujabb érkezik, és egyet kiszolgálnak. Valószinüsége:

$$[P_n(t)][\lambda\Delta t][\mu\Delta t]$$

5./ Δt időtartam alatt legalább két sorbanálló érkezik és amennyi érkezik, annyit ki is szolgálnak. Feltesszük, hogy ennek valószinüsége Δt -hez képest elhanyagolhatóan kicsiny.

Az első négy eset valószinüségeinek összege adja $P_n(t+\Delta t)$ értékét. A valószinüségeket összegezve, majd $\Delta t \to 0$ határmenetet elvégezve (tehát Δt időtartam nagyságát minden határon túl csökkentve) kapjuk az alábbi differenciál-egyenletet:

$$\frac{dP_n(t)}{dt} = \lambda P_{n-1}(t) + \mu P_{n+1}(t) - (\lambda+\mu)P_n(t) \quad (n>0) \tag{14.1}$$

(a Δt kifejezést második hatványon tartalmazó tagok kiestek)

Ki kell azonban egésziteni e képletet azzal az esettel, ha $n = 0$. T.i. $P_0(t+\Delta t,)$azaz annak valószinüsége, hogy a $t+\Delta t$ időpontban ne legyen sorbanálló (a Δt-hez képest elhanyagolható tagoktól eltekintve), az alábbi két eset valószinüségének összegével egyenlő

1./ t időpontban nincs sorbanálló, és a Δt időszakaszban nem is érkezik. Valószinüsége:

$$[P_0(t)][1-\lambda\Delta t]$$

2./ t időpontban 1 sorbanálló van, ezt kiszolgálják és uj nem érkezik. Valószinüsége:

$$[P_1(t)][\mu\Delta t][1-\lambda\Delta t]$$

Ismét összegezve, s a határátmenetet elvégezve

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t) \tag{14.2}$$

x/ A valószinüség a három esemény valószinüségének szorzata. Ha egy új sorbanálló beérkezésének valószinüsége $\lambda\Delta t$, akkor annak valószinüsége, hogy nem érkezik be $1-\lambda\Delta t$, s ugyanigy $\mu\Delta t$ esetében. (Ref.)

Mármost a (14.1) és (14.2) differenciálegyenletek megoldása általában nem könnyü, s lényegében azon mulik, hogy milyen a $P_n(t)$ függvény alakja, azaz hogyan függ az időtől a sorbanállás valószinüsége.

Viszonylag egyszerü a megoldás, ha $P_n(t)$ független t -től. Ez esetben

$$\frac{d\,P_n(t)}{dt} = 0$$

s igy (14.1) és (14.2) a következő differencia-egyenletekké alakul:

$$(14.3) \qquad \begin{aligned} 0 &= \lambda P_{n-1} + \mu P_{n+1} - (\lambda+\mu) P_n \quad (n>0) \\ 0 &= -\lambda P_0 + \mu P_1 \quad (n=0) \end{aligned}$$

ezek megoldásából adódik

$$(14.5) \qquad P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \text{ és általában}$$

$$(14.6) \qquad P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \left(1 - \frac{\lambda}{\mu}\right) \text{ ha } \frac{\lambda}{\mu} < 1$$

(Ha $\frac{\lambda}{\mu} > 1$, azaz $\lambda > \mu$, akkor a sorbanállók száma a végtelenbe nő, hiszen a kiszolgálási ráta kisebb, mint a megérkezési ráta. A $\frac{\lambda}{\mu}$ hányadost a forgalom "intenzitásának" is szokás nevezni)

A sor hosszának várható értéke pedig

$$\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n P_n = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1-\frac{\lambda}{\mu}}, \qquad \frac{\lambda}{\mu} < 1$$

Ha tehát az idő egységét egy napnak véve egy állomáson $\lambda = 10$, a kiszolgálási ráta $\mu = 20$ egység naponta (tehát átlag minden 2.4 órában befut egy fogyasztó, és egy fogyasztó átlagos kiszolgálási ideje 1.2 óra), akkor $\frac{\lambda}{\mu} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ és igy $\bar{n} = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}} = 1$. Tehát a sor várható hossza 1 egységből áll. 0, 1, 2, ..., n egységből álló sor képződésének valószinüsége pedig rendre

n	0	1	2	3	4	......
P_n	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	

$\frac{\lambda}{\mu}$ értékének növekedésével a sor várható hossza igen gyorsan nő:

$\frac{\lambda}{\mu}$	1/2	3/4	7/8	15/16	31/32	.....
$\bar{n}$	1	3	7	15	31	.....

Az igy felállitott alap-modell különböző irányokban továbbfejleszthető ill. kiegészithető. Igy a beérkezés időpontjainak valószinüségi eloszlására különböző feltevésekkel élhetünk. Feltehetjük, hogy a beérkezés vagy kiszolgálás függ a sorbanállók számától, vagy hogy bizonyos várakozási idő eltelte után a sorbanállók a kiszolgálást be nem várva eltávoznak stb., stb. Feltehetjük továbbá több kiszolgáló állomás létezését, amelyek bizonyos rendszer szerint szolgálják ki a sorbanállókat stb. A könyv több ilyen modellt ismertet.

Ha a modell explicit megoldása matematikailag nehézkes is egyes esetekben, gyakran eredményes az ugynevezett "Monte Carlo módszer" alkalmazása. Ilyenkor a valószinüségi folyamatok kisérleti "lejátszatására", azaz valamely véletlen számtáblázat segitségével papiron való utánzására kerül sor.[x]

---

x/ Lásd pl. Palásti-Rényi: A Monte Carlo módszer, mint minimax stratégia. (Ref.) MTA Matematikai Kutatóintézetének Közleményei 1956. 529-554. p.

A könyv ezzel kapcsolatban példaként az optimális teherautószám meghatározását ismerteti, a következő helyzetben:

A naponként beérkező csomagok átlagos száma 1 000, szórása 100, az egy teherautó által kiszállitott csomagok átlagos száma 100, szórása 10. Egy teherautó 8 órai költsége 25 $, és egy tulóra ára 8 $ (minden csomagot még aznap el kell szállitani). A beérkező és a kiszállitott csomagok számáról feltesszük, hogy normális eloszlást követnek.

A véletlen számtáblázat segitségével mármost mondjuk 10 napra kivetjük papiron, hogy mennyi csomag érkezik be, s ugyancsak papiron kiszámitjuk, hogy ezt 10, 11 stb. számu teherautó mekkora költséggel szállitaná el, s igy ki lehet "kisérletezni" az optimális számot.

A sorbanállási elmélet gyakorlati alkalmazásának egy példáját ismerteti azután a könyv. A Boeing repülőgépgyárban megvizsgálták a szerszámkiadóban foglalkoztatottak optimális létszámát. Egy bizonyos szerszám kiadásánál azt találták: napi 10,7 óra munkát jelent az, hogy átlag 770 esetben kell a müveletet elvégezni, esetenként pedig 50 másodpercig tart a szerszám kiadása. Mivel a napi munkaidő 7 1/2 óra, ezért legalább két szerszámkiadó alkalmazott szükséges, igy azonban 15-10.7 = 4.3 óra kieső idejük mutatkozik. Ugyanakkor a szerszámra várakozó szakmunkások érkezési és sorbanállási modelljét tényleges mérések alapján felállitva, kiderült, hogy két alkalmazott esetén a szakmunkások várható várakozási ideje 52 másodperc, ami a napi 770 esettel szorozva napi 11.1 órát tesz ki.

Ha az alkalmazottak órabére 2 $ és a szakmunkásoké 5 $, akkor az összes várakozási idő, értékben kifejezve 4.3 x 2 $ + 11.1 x 5 $ = 64.10 $.

Hasonlóan kiszámitva, 3 alkalmazott esetében az összes várakozási költség 31 $-nak bizonyult, a 33.10 $ megtakaritás a várakozási időben tehát megtériti a harmadik alkalmazott napi 15 $-os bérét.x/

x/ A magyar irodalmat illetően lásd pl. Sarkadi K.: Mozdonyok várakozási idejéről. M.T.A. Alkalmazott Matematikai Intézetének Közleményei 1954. 191-194. p.
Takács L.: Egy közlekedéssel kapcsolatos valószinüségszámitási problémáról. M.T.A. Matematikai Kutató Intézetének Közleményei 1956. 99-107. p. (Ref.)

15. fejezet: Forgalmi torlódás a vámfülkéknél.

A New-York-i kikötő rendőrségének több mint egy negyede jármüvek vámolásával foglalkozik. A vámolás időnként nagy kocsitorlódással, máskor feleslegesen sok vámszedő dologtalanságával járt. Az átlagos késedelem 2-től 50 másodpercig tartott, másrészt a vámszedők munkaidejének beosztása nem volt kielégitő, a pihenőidők bizonytalanná váltak s.i.t.

Az adatok felmérése után (a felmérés a kocsik beérkezésének gyakoriságára, a torlódó sor hosszára és a vámszedés lebonyolitásának módjára vonatkozott,) különféle modelleket állitottak fel, és újabb mérésekkel gondosan elemezték azt, hogy mely modellek állnak a legközelebb a valósághoz. Igy pl. a kocsik beérkezésének eloszlása tekintetében a normális eloszlás helyett az u.n. Poisson-eloszlás bizonyult megfelelőbbnek. Végül a modell segitségével nemcsak a szükséges vámszedők számát csökkentették, a torlódások egyidejü csökkentése mellett, hanem a vámszedők időbeosztását is megjavithatták s a szükséges pihenőidőket is biztosithatták.

16. fejezet: Sorolási modellek.

Most a forditott problémára térünk át: a kiszolgáló állomások száma és müködése rögzitett és csak a beérkezést vagy a várakozó fogyasztók kiszolgálását tudjuk szabályozni. A feladat tehát vagy a beérkezés időrendjét úgy megadni, vagy az elvégzendő munkát úgy beosztani, hogy az ezzel kapcsolatos költségek minimálisak legyenek.

Az első probléma, az időrend megállapitása a vasuti menetrend megállapitásához hasonlit. (Ez egy adott pályaudvaron megadja az indulások és érkezések időpontjait.) A második probléma, a beosztási (sorolási) probléma akkor áll fenn, ha pl. egy forgácsoló mühely gépeire bizonyos munkadarabok várakoznak, s meg kell határoznunk azt az optimális sorrendet, ahogy az egyes darabokat egymás után munkába kell venni. A két problémát gyakran - hibásan - összekeverik. Pedig a két probléma-tipus matematikai modellje eltér egymástól. A menetrend vagy időrend problémáját a 14. fejezetben tárgyalt várakozási-idő modellek segitségével oldhatjuk meg, hiszen csak arról van szó, hogy most a modell egy másik paraméterét szabályozzuk (a 14. fejezetben a kiszolgáló "állomások" számát szabályoztuk, e problémánál pedig a beérkezések időbeli eloszlását, időpontjait vagy rátáját.) Ezzel szemben a tulajdonképpeni sorolási probléma a beérkező fogyasztóknak a kiszolgáló állomások közti optimális elosztásával foglalkozik.

Az ilyen modellekre vonatkozó matematikai kutatás még gyerekcipőben jár, és egységes "tipusmodellek" még nem alakultak ki. A gyakorlatban ugyanis igen sok szempont merül fel, pl. egy forgácsolómühely "leterhelése" esetén nemcsak a várakozási idők minimalizálására törekszünk (hogy a befejezetlen és félkész készleteket csökkentsük és adott részleg termelését növeljük), hanem pl. arra is, hogy az egyes gépeken dolgozó munkásokat lehetőleg egyformán lássuk el munkával. Ez és egyéb szempontok (mint pl. határidők, elsőbbségek, késedelmi pönálék stb.) rendszerint ellentmondásban állnak az előbbi minimalizálási törekvéssel.

Az ilyen problémák dandárja fordul elő a termelési osztályokon. Sokhelyütt vizuális segédeszközöket használnak, terhelési falitáblákat stb. Bármilyen hasznosak is ezek, gyakran képtelenek az optimális sorolást biztositani, vagy akár csak távolról is megmutatni, hogy az optimum merre keresendő, vagy hogy milyen távol áll a gyakorlat az optimumtól.

Hogy felbecsülhessük az ilyen sorolások bonyolultságát, elég arra utalni, hogy ha 4 munkadarabot kell megmunkálni, amelyek mindegyike 5 különböző gépen történő müveletet igényel, akkor a lehetséges sorolások száma $(4\,!)^5 = 7{,}962.624$. Igaz ugyan, hogy némelyik sorolás esetleg megvalósithatatlan, ha t.i. bizonyos munkadarabokon bizonyos müveleteket csak meghatározott sorrendben lehet elvégezni, (pl. mielőtt egy alkatrészt befestenek, zsirtalanitani kell; a lukat ki kell furni, mielőtt menetet vághatnánk bele.)

Vegyük most azt az igen egyszerü esetet, amikor munkadarabot 2 gépen, A-n és B-n kell megmunkálni. Mindegyik munkadarab ugyanazt a müveleti sorrendet igényli és a sorrendcsere nincs megengedve: ha tehát valamely munkadarabot egy másik előtt legyártottunk az A gépen, akkor a B gépen is a másik előtt kell sorrakerülnie. Ott, ahol a müveletek közti szállitás csöveken vagy futószalagon történik, ez szükségszerü. Feltesszük azonban, hogy a két gép előtt és után müveletközi ("puffer") raktárak létezhetnek. Feltehetjük, hogy az összes munkadarab előbb az A majd a B gépre kerül.

Jelöléseink:

A_i = az i-edik munkadarab megmunkálási ideje az A gépen

B_i = az i-edik munkadarab megmunkálási ideje a B gépen

T = az 1, 2, ..., n munkadarab megmunkálásában eltöltött összes idő

X_i = a B gép kieső ideje az i-1 és az i munkadarab közt.

A feladat az, hogy meghatározzuk, az 1, 2, ..., n számoknak azt az $(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ permutációját, amely T-t minimálissá teszi.

(16.1) Nyilván $\sum_{i=1}^{n} B_i + \sum_{i=1}^{n} X_i = T$

azaz az összidő a B gép várakozási és termelési idejeinek összege. (Az A gép fennakadás nélkül müködik, hisz ez kezdi a folyamatot.)

Mivel $\sum_{i=1}^{n} B_i$ fix nagyság, ezért a feladat $\sum_{i=1}^{n} X_i$ minimalizálása.

Mármost $X_1 = A_1$ (az első munkadarab megmunkálási ideje alatt a B gép áll)

(16.2) $X_2 = A_1 + A_2 - B_1 - X_1$, ha $A_1 + A_2 \geq X_1 + B_1$

(16.3) és $X_2 = 0$, ha $A_1 + A_2 < X_1 + B_1$

azaz $X_2 = \max\ (A_1 + A_2 - B_1 - X_1\ ,\ 0\ )$

$= \max\ (\sum_{i=1}^{2} A_1 - \sum_{i=1}^{1} B_i - \sum_{i=1}^{1} X_i\ ,\ 0)$

Igy $X_1 + X_2 = \max\ (A_1 + A_2 - B_1,\ X_1)$ stb.

Általánosan

$$(16.4)\qquad \sum_{i=1}^{n} X_i = \max_{1 \leq u \leq n} \left(\sum_{i=1}^{u} A_i - \sum_{i=1}^{n-1} B_i \right)$$

E képlet alapján kialakitható egy eljárás, (igaz, eléggé körülményes eljárás) a legjobb permutáció kiválasztására.

A modell tovább fejleszthető 3 és több állomás részére, figyelembevehető a sorrendcsere lehetősége s.i.t.

Itt emlitjük meg az "utazó ügynök" problémáját. A feladat: meghatározni az ügynök utvonalát, olymódon, hogy az minden helységet egyszer, s csak egyszer érintsen, s végül is visszatérjen a kiindulási helyre. Optimális az az utvonal, amelynél a megtett távolság öszszege (vagy az összes utazási költség, vagy az utazási idő) minimális.

VII. rész: PÓTLÁSI MODELLEK

17. fejezet: Pótlási modellek

A "pótlás elméletének" célja: meghatározni az idő folyamán elhasználódó termékek, termelési vagy közlekedési eszközök leggazdaságosabb pótlásának módját.

A tárgyalás két részre tagolódik.

A./ Az idő folyamán "leromló" eszközök. A szerszámgépek, jármüvek, stb. egy részének teljesitménye élettartamuk arányában fokozatosan csökken, az üzemeltetési költség, a selejt, a karbantartási költség, stb. növekszik. A romló teljesitménnyel, növekvő költségekkel szembeállitható alternativa: a régi berendezés pótlása ujjal. Van egy időpont, amikor már gazdaságosabb uj berendezést beállitani, mintsem a régit tovább müködtetni. Az üzemeltetési költségeknél elérhető megtakaritás ilyenkor kárpótol az uj berendezés beszerzése által előidézett iniciális költségekért. A kérdés, amelyet vizsgálunk: mikor következik be ez az időpont? x/

A mérce, amelyet a könyv az alternativ pótlási politikák összehasonlitására felhasznál: a jövőben felmerülő összes költségek diszkontált értéke. xx/

Ezt a diszkontált összeget felfoghatjuk ugy is, mint egy "alapot", amelyet a döntés pillanatában képezünk. Ennek az alapnak - kamatos kamataival együtt - elégségesnek kell lennie ahhoz, hogy a jövőben szükséges összes költségeket felmerülésükkor fedezze.

Milyen költségeket kell itt figyelembe venni? Azokat, amelyek a gép jellegétől és korától függnek, s amelyek a szóbanforgó döntés szempontjából lényegesek. Pl. egy gép optimális pótlási idejének meghatározásánál nem érdemes figyelembevenni azokat a költségeket, amelyek a gép életkorával nem változnak. Ha viszont két géptipus között választunk, akkor érdemes lehet azokat a költségeket is bevonni az elemzésbe, amelyek az időben ugyan nem változnak, de nagyságuk a két géptipusnál más és más.

Rendszerint problémát okoz a karbantartási költség. Célszerü feltételezni, hogy van egy meghatározott "karbantartási politika", amelyet a vállalat optimálisnak talált; s ismeretesek az ennek eredményeképpen jelentkező karbantartási költségek. (Az optimális karbantartási politika meghatározása külön kérdés, amelyet itt nem tárgyalunk.)

---

x/ A kérdés magyarnyelvü irodalmából:
Réczey Gusztáv: A gazdasági avulás számszerüsitésének lehetőségei. Statisztikai Szemle, 1959. április. 384-394. p.
Kornai János: A gazdaságos gépberuházás problémái. (A Könnyüipari Minisztérium Müszaki Tanácsának anyaga, 1959. kéziratban.)

xx/ Legyen az n-edik évben felmerülő költség C_n, a kamatos kamatláb (tizedestörtben kifejezve) r. Ebben az esetben C_n diszkontált értéke az 1. évben: $\frac{C_n}{(1+r)^{n-1}}$

(Ref.)

A könyv először egy egyszerű példát tárgyal. Két gép üzemeltetési és pótlési költségeit hasonlítja össze, mégpedig véges időtartamra. Pl. az 1. gép beszerzési ára kisebb, mint a 2. gépé, viszont az 1. gépet 3 évenként, a 2. gépet 6 évenként kell cserélni. Az összehasonlítást mindössze 6 éves időtartamra (vagyis a 2. gép egy példányának élettartamára) végzik el. Ilyenkor természetesen igen egyszerű összehasonlítani a két alternativánál a 6 év alatt felmerülő összes diszkontált költségeket. Általában azonban ez nem elégséges; végtelen időt kell számbavenni, hiszen a pótlás újra és újra megismételhető.

Vizsgáljuk az egyenlő hosszúságú időszakok (pl. évek) 1, 2, 3. . . sorát. Legyenek az egyes időszakokban felmerülő költségek $C_1, C_2, C_3 \dots$. Feltételezzük, hogy ezek a költségek monoton növekednek. Mindegyik költség annak az időszaknak az elején fizetendő, amikor felmerül. Az új berendezés iniciális költségét (gyakorlatilag: a beszerzési árát, esetleg a felszerelés költségét - Ref.) A-val jelöljük, K_n-nel az összes jövőben felmerülő költségek diszkontált értékét, amennyiben a berendezést n évenként cseréljük ki a régivel azonos tipusú új berendezésre.

Bizonyítható, hogy K_n nagyságát a következőképpen határozhatjuk meg:

$$/17.1/ \qquad K_n = \frac{A + \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^{i-1}}}{1 - \frac{1}{(1+r)^n}}$$

Kérdés: milyen hosszú pótlási periódust válasszunk? Másszóval: mekkora n mellett minimális K_n értéke? Az előbb leirt körülmények között, a költségek monoton növekedése esetén, ennek két szükséges és elégséges feltétele van:

$$/17.2/ \qquad \frac{C_n}{1 - \frac{1}{1+r}} < K_{n-1} \qquad \text{és}$$

$$/17.3/ \qquad \frac{C_{n+1}}{1 - \frac{1}{1+r}} > K_n$$

Jelöljük X-szel $\frac{1}{1+r}$-et, a diszkontfaktort. A /17.2/ képlet átalakitható a következőképpen:

$$/17.4/ \qquad C_n < \frac{(A+C_1) + C_2X + \dots + C_{n-1}X^{n-2}}{1 + X + X^2 + \dots + X^{n-2}}$$

A jobboldalon szereplő kifejezés nem más, mint azon költségeknek mérlegelt átlaga, amelyek az n-edik időszak előtt felmerültek, beleértve még az n-1-edik időszakot is. A súlyok: a diszkontfaktorok.

Hasonlóképpen a /17.3/ képlet a következő alakra hozható:

$$/17.5/ \quad C_{n+1} > \frac{(A+C_1) + C_2 X + \ldots + C_n X^{n-1}}{1 + X + X^2 + \ldots + X^{n-1}}$$

Ilymódon eljutottunk egy egyszerü szabályhoz.. A költségek minimalizálása érdekében:

1./ Ne pótold a régi berendezést ujjal, ha a következő időszak költsége kisebb, mint az előző költségek mérlegelt átlaga.

2./ Pótold, ha következő periódus költsége magasabb, mint az eddigi költségek mérlegelt átlaga.

Amennyiben alternativ pótlási költségek vannak, /tehát nemcsak az eddigi tipustt állithatjuk a lecserélendő berendzés helyébe, hanem más tipust is/, a teendő a következő. Megállapitjuk minden alternativára az optimális pótlási periodust, s ennek alapján a diszkonált költségek összegét az optimális pótlási periodus mellett. Vagyis megállapitjuk az egyes alternativák minimális K_n értékét - ezek összehasonlitása alapján döntünk.

Ha azonban kiderült, hogy egy más tipusu berendezés a diszkontált költségek tekintetében gazdaságosabb, mint a régi tipusu gép müködtetése, ez még nem teszi indokolttá az azonnali cserét. A csere kedvező időpontjáról ebben az esetben a következőképpen dönthetünk:

Legyen K'_n = az uitipusu gép minimális jövőbeli diszkontált költségeinek összege. $D_1, D_2, \ldots D_m$ = a régitipusu gép által előidézett költség az 1, 2, ... m időszakokban /években./ X = a diszkontfaktor.

Levezethető a következő két egyenlőtlenség, mint a minimális költség feltételei:

$$/17.6/ \quad D_m < (1 - X)\, K'_n$$

és

$$/17.7/ \quad D_{m+1} > (1 - X)\, K'_n$$

Szavakkal kifejezve, a következő egyszerü szabályhoz jutottunk:

1./ A régitipusu gépet ne pótold ujtipusuval, amig a régitipusu gép müködtetésének költsége a soronkövetkező időszakban /évben/ kisebb, mint az ujtipusu gép jövőbeli átlagos költsége.

2./ A régitipusu gépet pótold ujjal, amikor müködtetésének költsége már nagyobb, mint az ujtipusu gép jövőbeli átlagos költsége.

B./ Eddig olyan eszközökkel foglalkoztunk, amelyek teljesitménye az idő függvényében leromlik. Most áttérünk egy másik kategoriára. Vegyük a villanykörték vagy a rádiócsövek példáját. Ezek élettartamuk alatt /megközelitően/ azonos teljesitményt nyujtanak - de egy idő után tönkremennek. A továbbiakban ezeknek a "tönkremenő" eszközöknek a pótlási problémáját vizsgáljuk.x/ . .

x/ A kérdés magyar irodalmából lásd: Takács L. "On a generalization of the renewal theory' MTA Matematikai Kutatóintézetének Közleményei, 1957. II. köt. 91-103. p.

/Ref./

Ezeknél az eszközöknél a müködés első percétől a tönkremenésig, a meghibásodásig eltelt időszak általában nem konstans.[xx] Ezért az első feladat: meghatározni az élettartam valószinüségi eloszlását. A könyv ezzel kapcsolatban ismerteti az élettartamra és a meghibásodásokra vonatkozó adatok elemzésének, matematikai formában történő kifejezésének, s grafikus ábrázolásának módszereit. /Pl. eszközök "halandósági" görbéi:, a t-edik időszakot "tulélő" eszközök számát jelző görbe, stb./ Az adatokból megállapitható a meghibásodás feltételes valószinüsége valamely rövid idő-intervallumban, /pl. t és t + Δ t időpontok között/. Ez a feltételes valószinüség a./ csökkenhet az idővel, b./konstans maradhat és c./ nőhet az idővel.

a./ A csökkenő feltételes valószinüség jelen esetben rokon a gyermekhalandóság jelenségével:, ha az eszköz az első, leginkább veszélyeztetett éveket tuléli, akkor nő az életképessége. Ez a helyzet pl. a repülőgépmotorokkal.

b./ Konstans feltételes valószinüséggel olyan esetekben találkozunk, amikor a szóbanforgó eszköz meghibásodása kizárólag véletlen okoktól függ, s nincsen semmiféle összefüggésben a korával.

c./ A legáltalánosabb: a meghibásodás feltételes valószinüsége az idővel nő. A könyv ezzel az esettel foglalkozik részletesebben.

Ha egy eszköz meghibásodott, akkor nyilván pótolni kell - ez különösebb problémát nem rejt magában. Csakhogy sok területen nem célszerü ezt megvárni, hanem érdemes az egyenlőre még müködő eszközt is kicserélni, a tönkremenetelt <u>megelőzni</u> mert, a pótlás kisebb költséggel jár, mintha a szóbanforgó eszköz müködésképtelenné válik. Ez ugyanis megbénithatja egy részleg, esetleg egy egész üzem munkáját. Pl. egy szivattyu meghibásodása esetén leállithat egy egész olajfinomitó üzemet. Számolni kell tehát azzal, a <u>közvetett</u> költséggel, amelyet egy eszköz kiesése okoz, s ezt kell tekintetnünk a meghibásodás költségének. A feladat: <u>együttesen</u> vizsgálni a pótlás költségeinek függvényét és a meghibásodások valószinüségét - s mindezek figyelembevételével megállapitani az optimális pótlási politikát.[x]

Az egyik lehetséges modell: a szóbanforgó eszközök egész csoportját mindig egyidőben cserélik ki. Meghatározandó a csoportos, általános cserék között eltelő fix időközök optimális tartama. A könyv ezt a kérdést egy üzem izzólámpáinak csoportos kicserélése kapcsán tárgyalja közelebbről. A probléma megoldása céljából ismernünk kell:

[xx] Az angol "failure" kifejezést, a magyar üzemgazdasági nyelvnek megfelelően "meghibásodással" forditjuk. Egyes ilyen konkrét esetekben a "meghibásodás" azt jelenti, hogy a szóbanforgó eszköz végleg tönkrement /pl. a villanykörte kiégett./ Más esetekben a hiba javitható lesz. /Pl. egy elkopott gépalkatrész/. De ebben az esetben is a folyamatos müködés azonnali cserét tesz szükségessé.

[x] Láthatjuk: olyan problémakörről van szó, amely a mi viszonyaink között főként az un. tervszerü <u>megelőző</u> karbantartással kapcsolatban, a TMK keretében végrehajtásra kerülő preventiv alkatrészcserék, berendezés-cserék tervezésénél merül fel.

/Ref./

1/ A lámpák együttes kicserélése esetén az egy lámpára eső költséget /C_1/; valamint egy kiégett lámpa individuális kicserélésének költségét /C_2/.

2/ Az izzólámpák kiégésének valószinüségét a t-edik időszakban.

Ezeknek az adatoknak az ismeretében kiszámitható az általános cserék közötti időköz optimális nagysága. Ez az optimum függ C_1/C_2 hányados értékétől. Ha ez a hányados egy bizonyos - megfelelő számitással meghatározható - értéknél nagyobb, úgy nem gazdaságos a lámpacserét együttesen végezni.

A könyv utal más modellek lehetőségére is. Pl. az eszközök pótlására nem egyidőben, egyszerre kerül sor, hanem folyamatosan. Meghatározandó, hogy milyen élettartam után /mondjuk: hány éves korában/ kell az eszközöket kicserélni.

VIII. rész: Verseny-modellek.

Az eddigi modellek a vizsgált szervezeten vagy rendszeren belüli ellentmondásokkal foglalkoztak. Az alábbiak a külső ellentmondásokkal, az u.n. "versennyel" kapcsolatosak. Itt az egyik versenytárs döntéseinek hatékonysága a többi versenytársak döntésétől is függ. Két tipusu problémát tárgyalunk: a játékot és az árverést.

A játékelméletet viszonylag kevés esetben alkalmazták eddig a gyakorlatban, de logikája és fogalmai igen fontosak.

Az árverési modellek irodalma még fiatalabb. A könyv szerzői megjegyzik: sikeres alkalmazásáról tudnak, de ipari titok lévén, egy átalakitott verzióját ismertetik.

18. fejezet: Játékelmélet.

A matematikai elemzés Neumann Jánosnak köszönhető, /1928/. A közgazdasági-matematikai megalapozás később, 1944-ben történt: Neumann-Morgenstern Theory of Games and Economic Behavior /Játékelmélet és gazdasági "viselkedés"/ c. könyvében.

Minden játéknak valamely célja vagy végállapota van, amelyet a játékosok ugy iparkodnak elérni, hogy a játékszabályok megengedte cselekedetek közt választanak. A játék akkor versenyszerü, ha a végcélt nem minden résztvevő érheti el. Feltesszük, hogy a végcél elérése, a "nyerés" mindig valamely pénzösszeg kifizetésével jár.

A "zérus összegü" játékban a játékosok által kapott /+/ és kifizetett /-/ összegek algebrai összege zérus. /Tehát pl. 2 játékos esetén azt kapja az egyik játékos, amit a másik kifizet./

Mármost a játékosok különböző lépéseket tehetnek /a szabályok szerint/, s ezeket a lépéseket mindig a helyzet megitélése alapján teszik. Aszerint, hogy az egyes játékosok az egész helyzetet, vagy csak egy részét tekinthetik-e át, teljes vagy részleges információról beszélhetünk.

A lépések előre meghatározott láncolatát, a döntési szabályok rendszerét, stratégiának nevezzük.

Tegyük fel, hogy két játékosunk van, A és B.

Az A játékos 3 lehetséges stratégia közt választhat, ezek jelölése: p, q, r, a B játékos pedig 2 stratégiával élhet, ezek jelölése: s, t.

Tegyük fel, hogy a játék lejátszása a következő eredményeket hozza:

Ha A játékos az alábbi stratégiát választja:	És B játékos az alábbi stratégiát választja:	Akkor a játék kimenetele:
p	s	A fizet B-nek 2 $-t
p	t	B " A-nak 2 $-t
q	s	A " B-nek 1 $-t
q	t	B " A-nak 3 $-t
r	s	B " A-nak 1 $-t
r	t	B " A-nak 2 $-t

Mi a legjobb stratégia A és B számára ilyen körülmények közt?

Hasznos, ha fenti táblázatot matrix-alakban irjuk fel. Pozitiv számmal jelöljük B fizetését A -nak, negativval, ha A fizet B -nek. Akkor a "kifizetési matrix" az alábbi:

		B játékos	
	terve	s	t
A játékos	p	- 2	2
	q	- 1	3
	r	1	2

Tekintsük a B játékost. Nyilván a t stratégia nem kedvező számára, hiszen ezzel mindig veszit, bárhogy válasszon is A stratégiát. Legjobb stratégiája ezért, ha mindig s-et választja, akkor legfeljebb 1 $ -t veszthet.

A számára, hasonló megfontolásokkal az r stratégia adódik. Igy tehát a játék megoldásául az r s stratégiapár szolgál, s az igy adódó 1 $ fizetést a játék értékének nevezzük.

Mármost általánositva a fenti okoskodást, tegyük fel, hogy A és B játékainak kifizetési matrixát az a_{ik} számokból alkotott matrix adja meg, ahol i az A által választott stratégiát, k pedig a B által választott stratégiát jelenti. /Tehát pl. a_{56} azt jelenti, mennyit fizet A B-nek ha A az 5. számu, B pedig a 6. számu stratégiát választja./

A játékosok a stratégiákat egymástól függetlenül választják. Ha A az i stratégiát választja, vesztesége legfeljebb

$$\max_{j} a_{ij}$$

Ezt A minimalizálni akarja, tehát azt a stratégiát választja, melyre az előbbi érték a legkisebb. Ez az érték

$$\min_{i} \max_{j} a_{ij}$$

Ha B a j stratégiát választja, akkor legalább a

$$\min_{i} a_{ij}$$

összeget nyeri. Döntése bizonyos értelemben akkor a legokosabb, ha azt a j stratégiát választja, melyre az előbbi érték a legnagyobb. Ekkor nyeresége

$$\max_i \min_j a_{ij}$$

Ez a választás mindkét fél részéről a rizikó nem vállalását, illetve egymás kölcsönös intelligens voltának a feltételezését jelenti. Ha

$$\min_i \max_j a_{ij} = \max_j \min_i a_{ij}$$

és ez az i, j számpárra éretik el, akkor az i és j stratégiákat optimálisaknak nevezzük. Az előbbi számértéket a stratégiák megadásával együtt pedig a játék megoldásának nevezzük.

Vannak azonban matrixok, amelyek esetében $\max_i \min_j a_{ij}$ nem egyenlő $\min_j \max_i a_{ij}$-val. Tekintsük pl. az alábbi matrixot:

	1.	2.
1.	- 2	1
2.	2	- 1

$$\max_i \min_j a_{ij} = a_{22} = -1$$

$$\text{és} \min_j \max_i a_{ij} = a_{12} = 1$$

Ilyen esetben tehát nincsenek optimális stratégiák az előbbi értelemben. A játéknak nincs megoldása.

Ebben az esetben a játékosoknak célszerü un. kevert stratégiákat használni. Ez annyit jelent, hogy mindkét játékos a stratégiái közül véletlenszerüen választ, a különböző stratégiákat esetleg különböző valószinüségekkel. Ez esetben mindig megadható, milyen valószinüségekkel kell a játékosoknak stratégiáikat választaniuk, hogy sok játék esetén a nyeremény, illetve veszteség a "tiszta" stratégiáknál emlitetthez analóg értelemben optimális legyen.

Pl. A fenti példákban az esetek 50 %-ában az 1.-es, 50 %-ában a 2.-es stratégiát, választja. A tiszta stratégiák mindenfajta összetétele ismét egy uj "kevert" stratégiát jelent.

A megoldás meghatározásának több járható utja van, a könyv algebrai, grafikus, iterativ és matrix-megoldásokat ismertet.+/

+/A matematikai feladat equivalens egy lineáris programozási feladattal, megoldása tehát az utóbbi számára kidolgozott módszerekkel is történhet.

/Ref./

A kétszemélyes zérus-összegü játékok modellje tovább fejleszthető, a 3 és több személyes, és nem zérus-összegü játékok felé.

A könyv hangsulyozza: a játékelmélet eddig kevés "kézzelfogható" eredményt hozott, de nagy igéret a jövőre.

A stratégia, ezzel kapcsolatban a "tiszta" és a "kevert" stratégia fogalma, a kockázattal járó események szerepe, a fizetések matrix-reprezentációja, a játékosok közötti distinkciók s.i.t. - értékes orientációt adnak azok számára, akik a bonyolult konfliktus-helyzeteket kivánják vizsgálni.[x]

19. fejezet: Árverési modellek.

A valamely tulajdon megszerzéséért folyó árverés, vagy valamilyen munka elvállalásáért folyó versenytárgyalás mindig a versengés elég tiszta formáját jelenti. Minden vállalatnak van hasonló tevékenysége: szerződésekért, koncessziókért, licencekért stb.[xx] Sőt, a termékek árának meghatározását is felfoghatjuk ugy, mint a fogyasztó dollárjáért folyó versenyajánlatot.

Az egyszerübb esetek néha megoldhatók a játékelmélet segitségével. Az olyan helyzetek azonban, ahol a versengők száma igen nagy, vagy egyenesen ismeretlen, nem oldhatók meg igy. Ezek analitikus módszerekkel közelithetők meg, a módszerek az egyszerübb esetekben is sikerrel pótolhatják a játékelmélet metódusait.

Árverés, két résztvevővel, két tárgyra.

Két, ismert V_1 és V_2 értékü tárgy árverésére kerül sor, egymás után. Két résztvevőnk van, A és B, akiknek S_A és S_B mennyiségü pénzük van e célra. Tegyük fel, hogy

$$S_A < V_1+V_2 \quad \text{és} \quad S_B < V_1+V_2 \quad \text{és} \quad \frac{1}{2} < \frac{S_A}{S_B} < 2$$

Tegyük fel, hogy A ismeri S_B nagyságát. A kérdés az, hogy A milyen legmagasabb árat kínáljon az első árverési tárgyért?

A célja az lehet, hogy a maximális hasznot érje el. /Esetleg az is lehet a célja, hogy B a minimális hasznot érje el - ez nem mindig vezet ugyanarra a stratégiára, mint az előbbi célkitüzés!/

---

[x] A módszer alkalmazása a szocialista gazdasági életben is lehetséges, Részben a külkereskedelmi, felvásárlási stb. kérdésekben /ahol tehát valóban két érdek áll egymással szemben./ Másrészt tekinthetjük az egyik játékost, "ellenfelünket" a természetnek, vagy véletlennek, s kereshetjük a vele szemben alkalmazandó legbiztonságosabb stb. stratégiát. (Ref)

[xx] Hasonló modellek esetleg felhasználhatók lehetnek a mi viszonyaink között pl. a mezőgazdasági felvásárlás, valamint a külkereskedelem területén.

/Ref./

Tegyük fel, hogy A célja az, hogy saját és B hasznának különbségét maximálja. Ha tehát R_A ill. R_B felel meg A ill. B hasznának, akkor A célja az $(R_A - R_B)$ különbség maximálása.

Tegyük fel, hogy B X dollárt kinál az első tárgyért, és a kinálat legkisebb növekménye Δ. A-nak el kell döntenie, hogy felkinál-e X $+\Delta$ összeget, vagy megengedi, hogy B X dollárért megvegye az első tárgyat. Igy gondolkodik.

1./ Ha B elnyeri az első tárgyat, marad nála $S_B - X$ dollár a második tárgyra történő árveréshez. Mivel $S_A > S_B - X$, ezért A biztos megnyerheti a második árverést $S_B - X + \Delta$ összegért. Igy a két fél haszna

$$R_B = V_1 - X \tag{19.1}$$

$$R_A = V_2 - (S_B - X + \Delta), \text{ s igy} \tag{19.2}$$

$$R_A - R_B = (V_2 - S_B + X - \Delta) - (V_1 - X) \tag{19.3}$$

2./ Ha A felkinál X + Δ összeget és megnyeri az első tárgyat, akkor

$$R_A = V_1 - (X + \Delta)$$

$$R_B = V_2 - [S_A - (X + \Delta) + \Delta]$$

s igy

$$R_A - R_B = [V_1 - (X + \Delta)] - (V_2 - S_A + X) \tag{19.4}$$

Mármost A csak akkor kinál az első tárgyért X + Δ összeget, ha (19.4) értéke nagyobb, mint a (19.3) képleté, azaz, ha

$$V_2 - S_B + X - \Delta - V_1 + X < V_1 - X - \Delta - V_2 + S_A - X \tag{19.5}$$

tehát ha

$$X < \frac{2(V_1 - V_2) + (S_A + S_B)}{4} \tag{19.6}$$

Ha B értelmesen árverez, akkor A kénytelen lesz az első tárgyért éppen a fenti (19.6) képletnek megfelelő összeget felkinálni, és igy a nyereségkülönbözet a (19.6) érték behelyettesitésével a (19.4) képletbe :

$$R_A - R_B = \frac{S_A - S_B}{2} - \Delta \tag{19.7}$$

Ha A nem a különbözetet, hanem saját hasznát akarja maximálni, akkor természetesen megfontolása megfelelően módosul. Maximális haszna

(19.8) ha $S_A \geq S_B$ $\qquad R_A = \dfrac{V_1 + V_2 - S_B}{2} - \Delta$

(19,9) és ha $S_A \leq S_B$ $\qquad R_A = \dfrac{V_1 + V_2 - S_A}{2} - \Delta$

A modell tovább módositható olyan esetekre, ahol a tárgyak száma több, vagy egyszerre (nem egymás után) kell ajánlatot tenni, vagy pedig a versenyzők száma több, esetleg nem is ismert, vagy nem pontosan ismert. (Utóbbi esetben a valószinűségszámitás módszereivel kell élni.)

IX. rész: ELLENŐRZÉS, FELÜLVIZSGÁLAT ÉS VÉGREHAJTÁS

20. fejezet: Adatok a modell ellenőrzéséhez.

A kutatóknak lelkiismeretesen ellenőrizniök kell, próbára kell tenniök modelljüket; meg kell állapitaniok, vajjon adekvát módon reprezentálja-e a valóságot, s ennek megfelelően valóban elfogadható-e a modellből levezetett megoldás.

Négy gyakori hibára hivjuk fel a figyelmet:

1./ A modellben a rendszer hatékonysága (a függő változó) egy vagy több (független) változó függvénye. A modell hibás, ha utóbbiak között olyan szerepel, amely valójában nem befolyásolja a rendszer hatékonyságát.

2./ Az előbbi hiba ellentéte: elmulasztottunk a modell független változói közé felvenni egy olyan változót, amely valóságban jelentős hatást gyakorol a rendszer hatékonyságára.

3./ A modell pontatlanul fejezi ki a tényleges viszonyt a hatékonyság mérve és egyik vagy másik független változó között. (pl. lineáris függvényként irja le, holott magasabbfokú függvény alkalmazása lenne indokolt.)

4./ A modell ugyan mentes az 1/-3./ alatti hibáktól, szimbolikus formában helyesen irja le a valóságot, de a számszerü megoldás rossz, mert hibás számokat helyettesitettünk a szimbolumok helyébe.

A modell alátámasztására bizonyitékokat kell hozni. Ez számszerü adatok széleskörü összegyüjtését igényli.

A kvantitativ változók két leggyakoribb tipusa: az un. enumerativ és a metrikus változók. Az enumerativ változót (pl. az előállitott termékek számát, darabban számolva) meg kell számlálni. Ez a kvantifikálás legegyszerübb formája, (bár a gyakorlatban ez is több nehézséggel jár, mint az első pillanatban hinnénk.) A metrikus változót (pl. a vállalat termelési költségét) mérni kell. Ilyenkor felmerülnek a mérésnek, ezzel kapcsolatban a mértékegység helyes megválasztásának problémái. A mérés elméletének nagy irodalma van, amely részletesen tárgyalja ezeket a problémákat.x/

x/ A gazdasági modellekben szereplő adatok mérésének és pontosságának problémájával foglalkozó magyarnyelvü irodalomból:
Bródy András: A gépipar anyagfelhasználási mutatóinak alakulása és pontossága. Budapest, 1959. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó 37 p. MTA Közgazdaságtudományi Intézetének közleményei 3.
Lukács László - Sági Márton: A pontosság korlátai a vállalati eredménymegállapitásban. Budapest, 1958. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó 171 p. (Ref.)

A teljeskörü megfigyelés helyett gyakran reprezentativ megfigyelést kell alkalmaznunk, vagyis a megfigyelendő sokaság valamennyi elemének vizsgálata helyett az összes elemek bizonyos - a véletlen segitségével kiválasztott - részét figyeljük meg. A könyv a továbbiakban a mintavétel eljárásaival, s néhány ehhez kapcsolódó matematikai-statisztikai problémával foglalkozik.x/

A modell ellenőrzésének fontos formája a retrospektiv próba. Egy meghatározott multbeli időszakra vonatkozóan megállapitjuk: mi volt ekkor a tényleges hatékonyság, s mi lett volna a hatékonyság akkor, ha a modellből levezetett megoldás szerint jártunk volna el. Természetesen nagy körültekintéssel kell kiválasztanunk azt az időszakot, amelyre vonatkozóan ezt a próbát elvégezzük.

A könyv ezen a helyen, a modell prototipusok ismertetése után tárgyalja a bizonyitékok, az adatgyüjtés módszereit. Ez azonban nem jelenti azt, mintha a kivánatos sorrend az lenne: előbb a modell felállitása, utána az adatgyüjtés. A kutatás folytonos dinamikus kölcsönhatást jelent bizonyiték (adatok) és modell (elmélet) között. A teoretikus és az empirikus szemlélet szétválasztása időlegesen hasznos lehet, de a tartós szétválasztás súlyos következményekkel járhat.

21. fejezet. A megoldás felülvizsgálata és végrehajtása.

A legtöbb operáció-kutatás eredménye: ismétlődő, rekurrens döntések megalapozása. Igy pl. a készlet-probléma vizsgálata kezünkbe ad egy döntési szabályt, amelyet újra és újra alkalmazni kell.

Azok a rendszerek, szervezetek, amelyeket az OK tanulmányoz, többnyire nem stabilak; strukturájuk gyakran változik. Ennek megfelelően az OK által felállitott modellekben szereplő összefüggéseket, paramétereket, a modell feltételezéseit időről-időre módositani kell; alkalmazva a rendszer megváltozott, tényleges strukturájához. Ezért az OK-hoz hozzátartozik a megoldás feletti felülvizsgálati eljárás kidolgozása.

---

x/ Eltekintünk ennek referálásától, mert ezzel kapcsolatban bő magyarnyelvü irodalom áll az olvasó rendelkezésére: egyszerübb bevezetők csakugy, mint részletesebb müvek. Néhány, az összefoglaló jellegü magyarnyelvü matematikai-statisztikai munkák közül:

Arnóth E-Lipták T.: Matematikai statisztika (Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat, 1954.)

Párniczky Gábor-Csepinszky Andor: Reprezentativ megfigyelés a gazdasági statisztikában Budapest, 1956. (Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó) 255 p.

Rényi Alfréd: Valószinüségszámitás (Bp., 1954. 746 p. Tankönyvkiadó)

Szentmártony T.: Matematikai statisztika (Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat, 1954.)

Korreláció és trendszámitás. Szerk. Theiss Ede Bp. 1958. (Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó) 318 p. (Ref.)

A kutatás befejezése után bekövetkezhető változásokat 3 fő csoportba sorolhatjuk:

1./ A rendszernek egy eddig jelentéktelen, s ezért a modellbe be nem épitett eleme időközben jelentőssé válik (vagy megforditva: a modellbe beépitett elem válik elhanyagolhatóvá). Pl. egy készlet-modellben elhanyagoltuk a befejezetlen termékállomány készletezési költségét, mert ez - a rövid átfutási idő miatt - csekély volt. Időközben azonban a termékösszetétel eltolódása következtében az átfutási idő megnőtt, s ezért elhanyagolása már nem lenne indokolt.

2./ Egy paraméter számszerü értéke módosult. Pl. megváltoztak a költségek, az árak, a kereslet stb.

3./ A megoldásban szereplő függvény-kapcsolatok jellege megváltozott. (Pl. a korábban jogosult lineáris függvény helyett most egy magasabbfokú függvény alkalmazása lenne indokolt.)

Az összefüggések és paraméterek nem minden változása bir jelentőséggel. A változás szignifikáns, ha az alkalmazkodás a megváltozott helyzethez javitja a hatékonyságot. (És ha az alkalmazkodás véghezvitelének költségei nem ellensúlyozzák a hatékonyság-javulást.)

A felülvizsgálati rendszer meghatározása a következő lépésekből áll:

Első lépés: össze kell állitani azoknak a változóknak, paramétereknek, összefüggéseknek listáját, amelyek vagy amugyis szerepelnek a modell megoldásában, vagy amelyek szerepelnének benne, ha értékük megfelelő irányban jelentősen megváltoznék.

Második lépés: ki kell dolgozni azokat az eljárásokat, amelyek segitségével felfedjük az előbbi listában szereplő összefüggések, paraméterek szignifikáns változását. Ehhez általában megfelelő <u>matematikai-statisztikai módszereket</u> kell igénybevenni.

Harmadik lépés: előre meg kell határozni, hogyan kell módositani a megoldást, amennyiben szignifikáns változások következnek be.

A felülvizsgálati rendszer megtervezése szempontjából különösen fontos annak a megállapitása, hogy a paraméterek és összefüggések a modellhez képest szignifikáns mértékben megváltoztak-e. Ezzel kapcsolatban a paraméterek esetében a következő hat, egymással kapcsolatban álló döntésre van szükség:

1/ A felülvizsgálat gyakorisága.

2/ Az egyes felülvizsgálatok alkalmával végzendő megfigyelések száma.

3/ A megfigyelés végzésének módja, ha egynél több megfigyelésről van szó.

4/ A statisztikai próba kiválasztása annak megállapitására, hogy a paraméter értéke változott-e.

5/ A próba által megszabott döntés módozata.

6/ A szükséges intézkedés, amennyiben a vizsgált paraméter megváltozott.

Az emlitett döntéseknek arra kell irányulniok, hogy a következő költségek összege minimális legyen: a/ a megfigyelési költség, b/ a statisztikai próba költsége, 3/ a statisztikai próba hibáival kapcsolatos költségek. A felülvizsgálati rendszer optimuma a gyakorlatban sohasem valósitható meg teljesen, hanem csak a körülményektől függő kisebb-nagyobb mértékü közelitéssel. A könyv ennek szemléltetésére egyes, a gyakorlatban bevált felülvizsgálati rendszereket ismertet.

Ha a kutatás során javasolt megoldást kidolgoztuk, ellenőriztük, s a fentiekben tárgyalt felülvizsgálati eljárást is tisztáztuk - sor kerülhet a megoldás "üzembehelyezésére", gyakorlati végrehajtására, alkalmazására.

Bármilyen gondosan dolgoztuk is ki a megoldást, lehetnek olyan hibák, amelyek csupán a gyakorlati alkalmazás során derülnek ki. Ha az alkalmazást kizárólag azokra bizzuk, akik a megoldás elméleti kidolgozásában nem vettek részt, akkor esetleg nem is derül fény rájuk.

Különösen akkor mutatkozhatnak nehézségek, ha nem egyszeri, hanem rendszeresen ismétlődő alkalmazásról van szó, (pl. a sorozatnagyság rendszer időközben történő meghatározása). A feladat ilyenkor az, hogy a kutatók által kidolgozott elméleti megoldást mintegy "leforditsák" a gyakorlat nyelvére. Ez a "forditás" tulajdonképpen három egyszerü kérdés megválaszolását jelenti:

- Kinek kell tennie valamit - és mit?
- Mikor?
- Milyen információk és egyéb feltételek szükségesek ehhez?

A szóbanforgó probléma természetétől függ, kik lesznek majd azok a személyek, akikre a javasolt döntés végrehajtását rábizzuk. A kutatóknak, munkájuk befejeztekor, alaposan instruálniuk kell ezeket a személyeket. Az eljárás, amit a kezükbe adnak, ne legyen túl bonyolult; számoljon e személyek tényleges képességeivel. Hasznos lehet ilyenkor pl. valamely bonyolult képletet egy egyszerü nomogrammá átalakitani, amelyről az eredmények könnyüszerrel leolvashatók.

Ilyenkor gyakran arra kényszerülünk, hogy a papiron kidolgozott preciz, "elegáns" megoldást valamilyen egyszerü, magas matematikai ismereteket nem igénylő, nem-exakt, közelitő eljárással helyettesitsük, - ha azt akarjuk, hogy alkalmazására egyáltalán sor kerüljön. A kutató gondoljon arra, hogy egy kevésbé exakt, de valóban felhasznált eljárás esetleg többet használhat, mint egy exaktabb, amelyet azonban a gyakorlatban nem alkalmaznak.

A tudományos kutatók hajlamosak arra, hogy elveszitsék érdeklődésüket egy probléma iránt, ha azt papiron már megoldották. Sietve térnének át a következő problémára, s szivesen hagynák a felügyelet és a gyakorlati bevezetés "alantas" munkáját másra. Az ilyesfajta türelmetlenség messzemenően hibás abban, hogy oly sok papiron kidolgozott megoldás sohasem kerül bevezetésre; vagy ha bevezették, kiábránditó eredményekkel járt. Márcsak ezért is figyelmet kell forditanunk a gyakorlati bevezetés problémáira.

X. rész: AZ OPERÁCIÓ-KUTATÁS IRÁNYITÁSA

22. fejezet: A kutatók kiválasztása, a kiképzés és a szervezés

A fejezet először azokkal a szempontokkal foglalkozik, amelyek szerint az operációkutatókat célszerü kiválasztani. Igen fontos a kutatócsoportok sokoldalúságának biztositása. Hasznos, ha - nagyobb csoport esetén - a szóbanforgó terület vállalati szakértői mellett résztvesz a munkában természettudós, matematikus, statisztikus, pszichológus vagy szociológus, valamint logikával, tudományos metodikával foglalkozó szakértő is.

Az operáció-kutatás kádereinek kifejlődését elősegitette az "Operáció-kutatási társulat" (Operations Research Society) és a "Vezetéstudományi Intézet (Institute of Management Sciences) megalakulása, továbbá speciális folyóiratok (igy pl. az "Operations Research" és a "Management Science") megindulása.

A kutatók kiképzésének nélkülözhetetlen formája a már állásban lévő szakember munka melletti tanulása. Ezt különböző továbbképző tanfolyamok segitik elő. Két amerikai főiskola rendszeresen rövid kurzusokat tart ebben a tárgykörben. Ezek persze nem "kész" kutatókat képeznek, hanem némi alapot adnak a későbbi önálló olvasáshoz, tanuláshoz.

Emellett alapvető jelentősége van az OK rendes egyetemi oktatásának. Az egyik amerikai egyetemen, a Case Institute of Technology-n külön OK szak van, amely egyetemi oklevél és doktori cim elnyerésére képesit.x/ Számos más egyetemen és főiskolán is folyik hasonló oktatás (köztük az olyan ismert egyetemeken, mint a Massachusetts Institute of Technology, a Columbia University stb.). Ezek az egyetemek évente számos képzett, hivatásos OK kutatót bocsátanak ki.

Végül a könyv azokkal a szervezeti problémákkal foglalkozik, amelyek a vállalatoknál kiépitett OK csoportok tevékenységével kapcsolatban merülnek fel. Az egyik ilyen szervezeti probléma: kinek számoljon be munkájáról az OK csoport? A leginkább bevált forma: a vállalat alakitson egy bizottságot, amelynek összetétele változik: mindig azok a vállalati vezetők vegyenek benne részt, akik az éppen folyó vizsgálatban leginkább érdekeltek. Ez a bizottság hallgassa meg 4-8 hetenként az OK csoport beszámolóját.

x/ Mint bevezetőben emlitettük, a könyv szerzői ezen az egyetemen tanitottak (Ref.)

Függelék

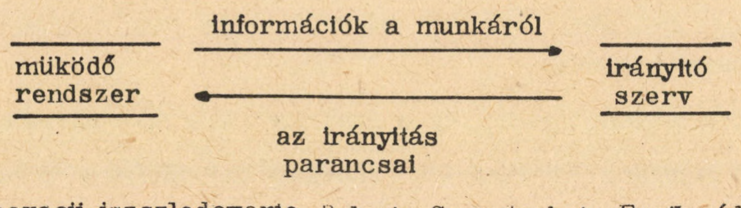
A Bolsaja Szovetszkaja Enciklopédija "operácio-kutatás" cimszavának forditása[x]

Az operáció-kutatás - a tudomány és a gyakorlati tevékenység területe, melynek tárgya az operációk (céltudatos folyamatok) vizsgálata. Az operáció-kutatás feladata olyan következtetések és javaslatok nyerése, amelyek alapján döntések hozhatók az operációk megszervezése és irányitása területén.

Az "operáció-kutatás" fogalom ebben az értelemben a második világháború idején jelent meg azzal kapcsolatban, hogy egyes katonai parancsnokságok mellett speciális kutatócsoportokat létesitettek, amelyek a katonai müveletek (operációk) vizsgálatával, például az ellenséges tengeralattjárók megsemmisitésével, hajókaravánok védelmével, légvédelemmel stb. kapcsolatos müveletek vizsgálatával foglalkoztak. Ezek a csoportok a hadmüveletek tapasztalatainak vizsgálata es tudományos elemzés alapján javaslatokat tettek az erők és az eszközök elosztására, valamint a hadmüveletek végrehajtásához szükséges leghatékonyabb módszerek kiválasztására.

Később az operáció-kutatás módszereit számos nem katonai jellegü területen is alkalmazták. Emellett kiderült, hogy az operáció-kutatás koncepciója magában foglalja a tudomány és a technika korábban létező fejezeteinek sorát, amelyeknek lényegében véve az operáció-kutatás bizonyos részproblémái tárgyát alkotják. Az operáció-kutatás módszereinek határozott alkalmazási területeként jelölhető meg a hadmüveletek mellett a statisztikai ellenőrzés, az üzemi tervezés, a kereskedelmi tevékenység (müveletek), az előfizetők (kölcsönzők, igénylők) kiszolgálása. De ha a távlatokról beszélünk, nehéz lenne az emberi tevékenységnek olyan területét megjelölni, amelyen nem volna lehetőség az operáció-kutatás alkalmazására. A járványok elleni harc, reklámok terjesztése, kiállitás rendezése, városrendezés, birósági vizsgálat - mindezek: müveletek (operációk).

Az operáció-kutatás problémái jóllehet az élet legkülönbözőbb területeivel kapcsolatosak, közös jellemző vonásokkal rendelkeznek. Bármely operáció megfelelő szervezés utján valósul meg, amelyben két alkotó rész különböztethető meg: a müködő rendszer és az ezt irányitó szerv. Emellett lényeges a kétoldalú kapcsolat: egyrészt a rendszer munkájára vonatkozó információk áramlása, másrészt az irányitás parancsai. Ezt sematikusan a következőképpen lehet ábrázolni:



x/ Operacij iszszledovanie, Bolsaja Szovetszkaja Encilopédija. 51. köt. 216-218. p.

Igy például a termékek előállitása a vállalat részéről az igazgatóság irányitása alatt valósul meg, a szállitás mozgását a diszpécser-szolgálat szabályozza, a repülő lövedék repülését megfelelő irányitó rendszer határozza meg stb. Az operáció-kutatás szükségessége azzal kapcsolatos, hogy az operáció menete (alakulása) és néha a müködő rendszer szerkezeti felépitése (struktúrája) is, függnek az irányitó szerv által a müvelet végrehajtásának folyamatában (néha kezdetén) alkalmazandó (a szervezetre, a müveletek sorrendiségére, a paraméterek értékére stb. vonatkozó) döntések sorának megválasztásától. Ez a müvelet végrehajtásának igen nagy számú apriori lehetséges variánsát hozza létre. Az operáció-kutatás feladata e variánsok olyan tudományos elemzése, amely lehetővé teszi az optimális variánsnak, azaz a müvelet céljának elérését legjobban biztositó irányitó rendszernek a kiválasztását.

Az operáció-kutatás legegyszerübb példájával szolgálhat a különböző könyvek példányainak kibocsátása. Legyen adva 5 könyv példányai nyomásának és kötésének ideje a következő táblázatban:

Sorszám	A nyomás ideje	A kötés ideje
1	4	5
2	4	1
3	30	4
4	6	30
5	2	3

Ha egymásután a 2,3,4,1,5 sz. példányokat adjuk munkába, akkor ez a folyamat 78 időegységet igényel a könyvkötő mühely 35 időegységnyi állása mellett, ha viszont a munkábaadásnál az 5,1,4,3,2 sorrendet követjük, akkor mindössze 47 időegységre van szükség. 4 időegységnyi állás mellett. Két egymásután következő müveletet igénylő termék előállitásának általános feladatát elemezve lehetővé válik a megmunkálás legjobb sorrendjének megkeresésére vonatkozó egyszerü szabály megfogalmazása: a példában ennek a szabálynak megfelelően a második sorrendet választottuk.

Az operáció-kutatás sok feladata gyakorlatilag rendkivül fontos. Széles körben ismeretes például a termelés és a termelési folyamat irányitása helyes megszervezésének jelentősége. Az operáció-kutatás problémáinak megoldása azonban rendszerint szerfelett bonyolult. Ez elsősorban azzal van kapcsolatban, hogy az operáció-kutatásnál igen nagyszámú tényezőt és olykor csak minőségileg értékelhető, különböző szerepet játszó akadályt kell számitásba venni, másodszor azzal, hogy sok esetben az operáció menetére ellenőrizhetetlen befolyások (például az érdekek harca) hatással vannak.

Az operáció-kutatás metodikája konkrét müveletre való alkalmazásnál a következő minőségileg eltérő szakaszokat irja elő:

1. Megismerkedés a körülményekkel és a rendelkezésre álló tapasztalatokkal.

2. Az elemezendő tényezők feltárása és a munkavázlat, illetve a vizsgálandó müvelet modelljének megszerkesztése.

3. A megszerkesztett sémának (modellnek) és a feltárt tényezőknek megfelelően a további elemzéshez szükséges adatok megállapitása, nevezetesen a kiinduló anyag statisztikai feldolgozása és kisérletek végrehajtása utján.

4. A kapott sematizált feladat elemzése és a megoldás módszereinek kidolgozása.

5. A megoldás (döntés) magyarázata (interpretációja), a nyert eredmények ellenőrzése.

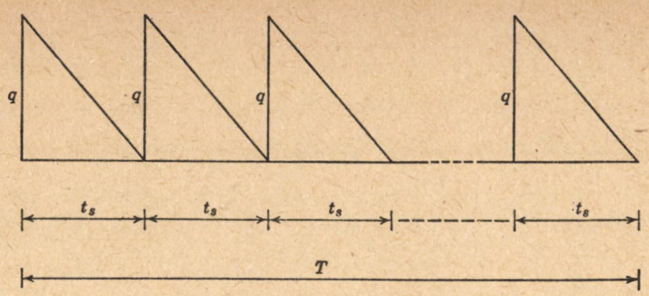
6. A müvelet végrehajtására vonatkozó következtetések és ajánlások, valamint a realizálásukra vonatkozó javaslatok (oktatás, begyakorlás, ösztönzés stb.) megfogalmazása.

Az operáció-kutatás módszerei rendkivül különbözők. A kutatásnak különösen a kezdő és a befejező szakaszban komplex jellege van és a vizsgálandó müvelet tipusától függően különböző tudományokat használ fel: a fizikát, a kémiát, a biológiát, a közgazdasági tudományokat, a fiziológiát, a pszichológiát stb. Nagy jelentőségük van a matematikai módszereknek különösen a sematizált feladat felállitásánál és elemzésénél.

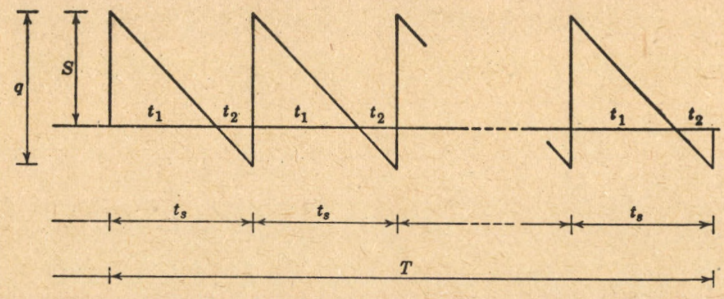
Az operáció-kutatás szükségleteitől függetlenül létrejött matematikai disciplinák (valószinüségi elmélet és matematikai statisztika, matematikai analizis, matematikai logika stb. mellett itt a matematika ujabb területeinek alkalmazására is sor kerül, amelyeknek kifejlődését lényegében az operáció-kutatás problematikája határozta meg, ezek a kiszolgálási elmélet, a játékelmélet és a statisztikai döntések elmélete (lásd: "Igr teorija" (játékelmélet 51.köt.), a lineáris és dinamikus programozás (lásd: "Linejnoe programmirovanie" (lineáris programozás), 51.köt). stb. Az operáció-kutatás feladatainak megoldásánál matematikai modelleket (lásd: "Modelirovanie matematicseszkoe" (matematikai modellezés) és egyes speciális eljárásokat és módszereket alkalmaznak.

Az operáció-kutatás eléggé tipikus példáját szolgáltatja a kiszolgálásnál felmerülő sorrendiség vizsgálatának feladata (hajóknak a kikötőbe irányitásánál, telefonelőfizetőknek, gépkocsiszállitásnak eligazitó által való kiszolgálásánál stb.). Ha a kiszolgálásért jelentkezés véletlen folyamat, akkor a feladat megoldását a valószinüség számitás módszereinek alkalmazása utján megkaphatjuk. A legegyszerübb esetben, amikor egyetlen kiszolgáló egység van, és a kiszolgálás ideje véletlen (a kiszolgálandók Poisson-tipusú sztochasztikus folyamat szerint érkeznek a berendezéshez és minden sorbanálló kiszolgálása exponenciális eloszlású valószinüségi változó), akkor, feltéve, hogy elég régóta folyik a kiszolgálás, annak a valószinüsége, hogy egy adott időpontban pontosan n sorbanálló legyen: $P_n = \left(\frac{A}{S}\right)^n \left(1 - \frac{A}{S}\right)$, ahol A az időegység alatt érkező kiszolgálandók átlagos száma, S pedig egy egyed kiszolgálási ideje átlagának a reciproka. Ez és az egyéb hasonló formulák lehetőséget nyujtanak a sorrend felmerülése okainak elemzésére és lehetővé teszik javaslatok készitését az optimális szabályozásra, az állással kapcsolatos veszteségek és a kapacitás növelésére történt ráforditások összevetésének figyelembevételével. Igy, ha A csak nem sokkal kevesebb mint S, akkor a fent emlitett esetben a bemutatott képletből nyilvánvaló, hogy a sorbanállás meglétének a valószinüsége közel van az egyhez (1). Ugyanebből a képletből nyilvánvaló, hogy a kiszolgálás sebességének nem nagymértékü növekedése esetén ez a valószinüség erősen csökkenhet.

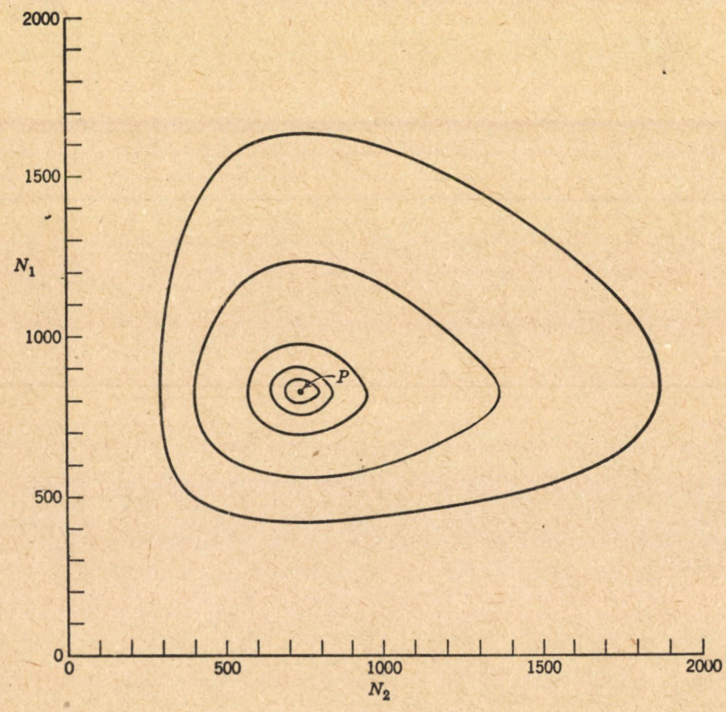
Annak ellenére, hogy az operáció-kutatás uj tudományos terület, amelynek nincsenek teljesen meghatározott határai és módszerei és nem rendelkezik eléggé kibontakozott saját tudományos elmélettel, gyors fejlődése és alkalmazásának tapasztalatai az operáció-kutatás gondolatának termékenységét mutatják. Kétségtelen, hogy az operáció-kutatásnak nagy jelentősége van a szocialista társadalomban jelentkező különböző problémák megoldásánál.



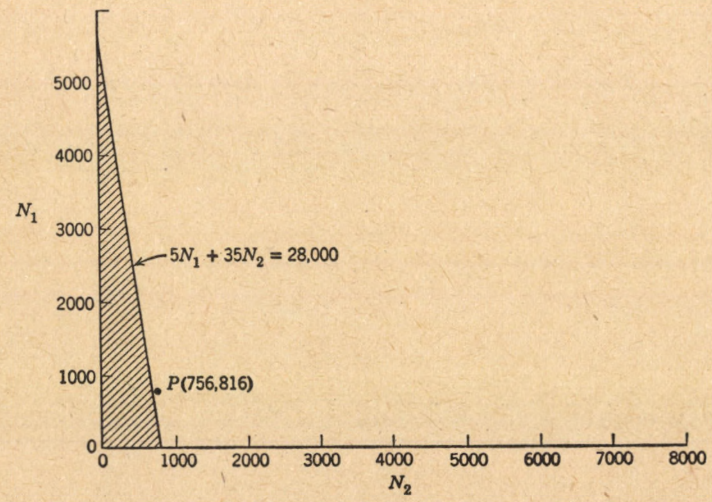
1. ábra



2. ábra



3. ábra



4. ábra

BIBLIOGRÁFIA

Az operáció kutatás idegen nyelvü irodalma igen gazdag és nagyon sokrétü. Ebben a szerteágazó irodalomban ugyszólván már csak bibliográfiai müvek segitségével tájékozódhatunk. A bibliográfiák rendszerezik - olykor minősitik is - az operáció kutatás történetével, módszertanával, eredményeivel és határterületeivel foglalkozó müveket, tanulmányokat. Ebből a szempontból nélkülözhetetlen segédeszközei a kutatónak. Igy például az Operations Research Society of America és a Case Institute of Technology kiadásában megjelentetett több mint 3000 cimet tartalmazó "A Comprehensive Bibliography on Operations Research" New York, 1958. 188 p. cimü bibliográfia felöleli az 1958-ig megjelent idevágó müvek jelentős részét. A sorbaállási elméletről "Bibliography of Queuing Theory" cimen közölt bibliográfiát Closkey-Coppinger: Operations Research for Management c. müvében. Riley, Vera a készletezés problémájáról állitott össze bibliográfiát a Naval Research Logistics Quarterly (Office of Naval Research) c. folyóiratban. A bibliográfiák alapján az operáció kutatás irodalma - e módszerrel foglalkozó önálló müveken kivül - az alábbi forrásokban lelhető fel:

1/ Matematikai statisztikai folyóiratokban közlik rendszerint az operáció kutatás matematikai statisztikai módszereit, ujabb eredményeit feltáró tanulmányokat. Ide sorolható a Journal of the American Statistical Association, The Annals of Mathematical Statistics, Journal of the Royal Statistical Society, Econometrica, stb.

2/ Üzemgazdasági lapokban az operáció kutatás gyakorlati alkalmazását, eredményeit ismertetik. Kiemelendők a Journal of Industrial Engineering, az Industrial Quality Control, a Journal of Farm Economics, Rationalisierung stb. folyóiratok.

3/ Kizárólag operáció kutatás problémáival foglalkozik:

Journal of the Operations Research Society of America, Baltimore
Operational Research Quarterly, London
Revue de Recherche opérationnelle, Paris
Bolletino del Centro per la Ricerca operativa, Milano
Management Science, New York
Unternehmensforschung, Wien

4/ Egyes intézmények külön kiadványaikban, vagy kiadványsorozataikban foglalkoznak az operációkutatás problémájával. Ezek közé a különkiadványok közé sorolhatók a Case Institute of Technology, Cleveland, Ohio "Proceedings of the Conference on Operations Research, Computers, and Management Decisions 1957 Jan. 30. - Febr. 1."; és ugyanezen intézet kiadásában: "Proceedings of the Conference on Operations Research in Marketing, 1953. Jan. 29-31." Cleveland, 1953. Továbbá a "Proceedings of the First International Conference on Operations Research, Oxford, 1957." The English University Press. 1958. stb. cimü müvek.

Az alábbi bibliográfiai összeállitásban nem soroltuk fel az operáció kutatás katonai, psichologiai, kibernetikai összefüggéseivel kapcsolatos forrásokat.

Sajnos hazánkban az operáció kutatás irodalma távolról sem mondható teljesnek, vagy kielégitőnek, Igy például az emlitett harmadik forráscsoportból igen sok folyóirat-évfolyam hiányzik. Ennek tudható be, hogy az alább összefoglalt, operáció kutatással foglalkozó bibliográfia a külföldi bibliográfiákhoz képest szerényebb terjedelmü.

A feldolgozott folyóiratok jegyzéke és lelőhelye.

The Annals of Mathematical Statistics. 1930-59. (MKI, KSH) 1957-59.

The Bell System Technical Journal. 1945-46. (Müegyetemi Könyvtár)
1947-48. (Posta Vezérigazgatóság)
1954-59. (MKI)

Biometrika. 1943-46, 1947-48. (KSH)
1949-59. (MKI, KSH)

Econometrica. 1933-59. (MKI)
1933-49, 1955-59 (KSH)

Journal of the American Statistical Association. 1932-41. (MKI)
1945-47. (Egyetemi Könyvtár, Pécs)
1947-59. (MKI)
1932-59. (KSH)

Journal of Mathematics and Physics. 1921-59. (MKI)

Journal of the Royal Statistical Society.
A 1945-59. (KSH)
B 1945-59. (KSH)

Management Science. 1954-59. (KIB)

Mathematical Tables and Other Aids to Computation. 1943-59. (MKI)

Naval Research Logistics Quarterly. (NRLQ) 1954-59. (MKI)

Operational Research Quarterly. (ORQ) 1957-59. (KIB, MKI)

Operations Research. (Journal of The Operations Research Society of America) 1957-59. (MKI)

Pacific Journal of Mathematics. 1951-59. (MKI)

Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. 1945-48. (Szegedi Matematikai Intézet)
1951., 1954-59. (MKI)

Transactions of the American Mathematical Society. 1940-59. (MKI)

Unternehmensforschung. 1956-59. (MKI, KSH)

MKI = MTA Matematikai Kutató Intézetének Könyvtára
KIB = MTA Kibernetikai Kutató Csoport Könyvtára
KSH = Központi Statisztikai Hivatal Könyvtára

I.

ÁLTALÁNOS ÉS VEGYES MŰVEK

ACTIVITY Analysis of Production and Allocation. Ed. by Tjalling C. Koopmans. In coop. with Armen Alchian, George B. Dantzig, etc. New York - London. 1951. Wiley - Chapman. XIII, 404 p.

(Cowles Commission for Research in Economics. Monograph 13.)

A termelési és allokációs tevékenység elemzése.

KSH

ANWENDUNGEN der Matrizenrechnung auf wirtschaftliche und statistische Probleme. Von A(dolf) Adam, F. Ferschl, etc. Würzburg. 1959. Physica Verl. 262 p.

(Deutsche Statistische Gesellschaft. Einzelschriften 9.) Bibliogr. 258-262.p.

A matrix számitás alkalmazása a gazdasági és statisztikai problémáknál.

KSH

ARROW, Kenneth J.: Decision Theory and Operations Research.

= Operations Research. Vol. 5. No. 6. (Dec 1957). 765-774.p.

Döntéselmélet és operáció kutatás.

BEER, Stafford: The Scope for Operational Research in Industry. London. 1956. Institution of Production Engineers. 23 p.

Az operáció kutatás célja az iparban.

KSH

BELLMAN, Richard and others: On the Construction of a Multi-Stage, Multi-Person Business Game.

= Operations Research. Vol. 5. No. 4. (Aug 1957). 469-503. p.

Egy többfokozatu többszemélyes üzleti játék konstrukciójáról.

BISHOP, Albert B.: A Model for Optimum Control of Stochastic Sampled-Data Systems.

= Operations Research. Vol. 5. No. 4. (Aug 1957). 546-550. p.

Stochasztikus mintavételü adatrendszerek optimális kontroljának modellje.

BLACKWELL, David - GIRSHICK, M. A.: Theory of Games and Statistical Decisions. New York - London. 1954. Wiley - Chapman. XI, 355 p.
Játékelmélet és statisztikai döntések

KSH

BLUMBERG, Mark S.: Evaluating Health Screening Procedures.
= Operations Research. Vol. 5. No. 3. (Jun 1957). 351-360. p.
Egészségvédelmi eljárások kiértékelése.

BROTMAN, Lewis - MINKER, Jack: Digital Simulation of Complex Traffic Problem in Communications Systems.
= Operations Research. Vol. 5. No. 5. (Oct 1957). 670-679. p.
Hirközlő rendszerek összetett forgalmi problémáinak digitális modellezése.

BROWN, Richard H.: The Solution of a Certain Two-Person Zero-Sum Game.
= Operations Research. Vol. 5. No. 1. (Feb 1957). 63-67. p.
Bizonyos kétszemélyes zéro-összegü játék megoldása.

A COMPREHENSIVE Bibliography on Operations Research through 1956 with Supplement for 1957. New York - London. 1958. Wiley - Chapman. XI, 188 p.
(Operations Research Society of America. Publications 4.)
Az operáció kutatás átfogó bibliográfiája, 1956-1957. évi kiegészitéssel.

KSH, KIB, MKI

CONTRIBUTIONS to the Theory of Games. Ed. by A. W. Tucker - R. D. Luce. Vol. 4. Princeton, New Jersey. 1959. Princeton Univ. Press. 453 p.
(Annals of Mathematics Studies 40.)
Bibliogr. 407-451. p.
Adalékok a játékelmélethez.

KSH

ECONOMIC Activity Analysis. Ed. by Oskar Morgenstern. (Prep. under contract with the Office of Naval Research.) New York - London. (1954.) Wiley - Chapman. XVIII, 554 p.
A gazdasági tevékenység analizise.

KSH

FIRST International Conference on Operations Research. Proceedings. London. 1957. English Univ. Press. 526 p.
Az operáció kutatás első nemzetközi konferenciájának közleményei.

MKI

GIRSHICK, M. A. - KARLIN, S. - ROYDEN, H. L.: Multi-stage Statistical Decision Procedures.

= Annals of Mathematical Statistics. Vol. 28. No. 1. (Mar 1957). 111-125. p.

Többfokozatu statisztikai döntési eljárások.

GOODE, H. H.: The Application of a High Speed Computer to the Definition and Solution of the Vehicular Traffic Problem.

= Operations Research. Vol. 5. No. 6. (Dec 1957). 775-793. p.

Nagy sebességü számológépek alkalmazása közuti közlekedési problémák meghatározásánál és megoldásánál.

GUETZKOW, Harold - BOWES, Anne E.: The Development of Organizations in a Laboratory.

= Management Science. Vol. 3. No. 4. (Jul 1957). 380-402. p.

Egy laboratórium szervezetének fejlődése.

HARBISON, Frederick - MYERS, Charles A.: Management in the Industrial World. An International Analysis. New York - Toronto - London. 1959. McGraw-Hill. XIV, 413 p.

Vezetés az iparban.

KSH

HENN, Rudolf: Die Auswertung wirtschaftlicher Beobachtungen. Meisenheim am Glan. 1955. Hain. 73 p.

(Wirtschaftswissenschaftliche Schriften 2.)

Bibliogr. 72-73. p.

Gazdasági megfigyelések kiértékelése.

KSH

INTRODUCTION to Operations Research. By C. West Churchman, Russell L. Ackoff, etc. New York - London. 1957. Wiley - Chapman. 645 p.

Bevezetés az operáció kutatásba.

KSH, KGE, KIB, MKI

KAUFMANN, A.: Méthodes et modeles de la recherche opérationnelle. (Les mathématiques de l'entreprise.) Intr. André A. Brunet. Paris. 1959. Dunod. XXII, 534 p.

(L'économie d'entreprise 7.)

Bibliogr. 524-534. p.

Az operáció kutatás módszerei és modelljei.

KSH, KGE

KOOPMANS, Tjalling C.: Three Essays on the State of Economic Science. New York - Toronto - London. 1957. McGraw-Hill. IX, 231 p.

Három tanulmány a gazdaságtudomány helyzetéről.

KSH

KUIPERS, L.: Graphic Representation in the Theory of Games.
= ORQ. Vol. 8. No. 3. (Sept 1957). 165-170. p.

Grafikus ábrázolások a játékelméletben.

LEFEBER, Louis: Allocation in Space. Production, Transport and Industrial Location. Amsterdam. 1958. North-Holland Publ. Co. XV, 151 p.
(Contributions to Economic Analysis 14.)

Területi allokáció. Termelési, szállitási és ipari szétosztás.

KSH

LUCE, Duncan R. - RAIFFA, Howard: Games and Decisions. Introduction and Critical Survey. New York - London. 1957. Wiley - Chapman-Hall. XIX, 509 p.
Bibliogr. 485-499. p.

Játék- és döntéselmélet.

KSH

McKINSEY, J. C. C.: Introduction to the Theory of Games. New York - Toronto - London. 1952. McGraw-Hill. X, 371 p. (The RAND series.)
Bibliogr. 361-367. p.

Bevezetés a játékelméletbe.

KSH

MORSE, Philip M. - KIMBALL, George E.: Methods of Operations Research. New York. 1956. Wiley. 158 p.

Az operáció kutatás módszerei.

KIB

NEUMANN, John - MORGENSTERN, Oskar: Theory of Games and Economic Behavior. (3rd ed.) Princeton. 1953. Univ. Press. VIII, /12/, 641 p.

Játékelmélet és gazdasági magatartás.

KSH

OPERATIONAL Research in Practice. Report of a NATO Conference. Ed. by Max Davies, Michel Verhulst. Advisory Group of Aeronautical Research and Development North Atlantic Treaty Organization. London - New York. 1958. Pergamon Press. IX, 201 p., 3 t.

Operáció kutatás a gyakorlatban

KSH, KIB, MKI

OPERATIONS Research. Mittel moderner Unternehmensführung. Hrsg. von der American Management Association. Deutsche Ausgabe v. Wilm. W. Elwenspoek. Essen. 1958. Girardet. 286 p.

Operáció kutatás. A modern üzemvezetés eszköze.

KSH

OPERATIONS Research for Management. Vol. 1. Ed. by Joseph F. McCloskey - Florence N. Trefethen. Intr. by Ellis A. Johnson. - Vol. 2. Case Histories, Methods, Information Handling. Ed. by Joseph F. McCloskey - John M. Coppinger. Baltimore. 1954-1956. Hopkins. 2 köt.

Bibliogr. 1. köt. 381-401. p., 2. köt. 536-556. p.

Az operáció kutatás felhasználása a vezetésben. 2. köt. Esettanulmányok, módszerek, információk kezelése.

KSH, KIB

POSTLEY, John A.: Large Data-Handling Equipment as a Commercial Tool. = Management Science. Vol. 4. No. 1. (Oct 1957).

Nagy adathalmazt kezelő berendezés, mint kereskedelmi segédeszköz.

ROHDE, F. Virginia: Bibliography on Linear Programming. = Operations Research. Vol. 5. No. 1. (Feb 1957). 45-62. p.

A lineáris programozás bibliográfiája.

SAATY, Thomas L.: Mathematical Methods of Operations Research. New York. 1959. McGraw Hill. 421. p.

Az operáció kutatás matematikai módszerei.

KIB

THOMAS, Clayton J. - DEEMER, Walter L.: The Role of Operational Gaming in Operations Research. Vol. 5. No. 1. (Feb 1957). 1-27. p.

Az operációs játék szerepe az operáció kutatásban.

THRALL, Robert M. - COOMBS, Clyde - DAVIS, Robert L.: Decision Processes. New York - London. 1954. Wiley - Chapman. VIII, 332 p.

Bibliográfia a fejezetek végén.

Döntési folyamatok.

KSH

II.

PROGRAMOZÁS

ACKOFF, Russell L.: Operations Research and National Planning.
= Operations Research. Vol. 5. No. 4. (Aug 1957). 457-468. p.
Operáció kutatás és nemzeti tervezés.

ALLAIS, M .: Method of Appraising Economic Prospects of Mining Exploration Over Large Territories: Algerian Sahara Case Study.
= Management Science. Vol. 3. No. 4. (Jul. 1957). 285-347. p.
Nagy kiterjedésü területek bányászati termelése gazdasági kilátásainak értékelésére vonatkozó módszer: az algériai Szahara esetének vizsgálata.

APPLICATIONS on Linear Programming in the Oil Industry. By W. W. Garvin, H.W. Crandall etc.
= Management Science. Vol. 3. July 1957. 407-430. p.
Lineáris programozás alkalmazása az olajiparban.

ARROW, Kenneth J. - HURWICH, Leonid: Gradient Methods for Constrained Maxima.
= Operations Research. Vol. 5. No. 2. (Apr. 1957). 258-265. p.
Gradiens módszerek lokális maximumok meghatározására.

BARACHET, L. L.: Graphic Solution of the Travelling-Salesman Problem.
= Operations Research. Vol. 5. No. 6. (Dec. 1957). 841-845. p.
Az utazóügynök-probléma grafikus megoldása.

BARANKIN, E/dward/ W. - DORFMAN, R/obert/: On Quadratic Programming. Berkeley - Los Angeles. 1958. Univ. of California Press. 286-317. p.
(University of California Publications in Statistics. Vol. 2. No. 13.)
Bibliogr. 317. p.
A quadratikus programozásról.

KSH

BARTLETT, T. E.: An Algorithm for the Minimum Number of Transport Units to Maintain a Fixed Schedule.

= NRLQ. Vol. 4. No. 2. (Jun. 1957). 139-149. p.

Algoritmus egy rögzitett ütemezés eléréséhez szükséges minimális számu szállitó egység meghatározására.

BEALE, E. M. L.: An Alternative Method for Linear Programming.

= Proc. Cambridge Phil. Soc. 1954. 513-523. p.

A lineáris programozás egyik alternativ módszere.

BELLMAN, Richard: Dynamic Programming. Princeton, N. Y. 1957. Princeton Univ. Press. XXV, 342 p.

A RAND Corporation Research Study.)

Dinamikus programozás.

KSH

BELLMAN, Richard: Dynamic Programming and the Numerical Solution of Variational Problems.

= Operations Research. Vol. 5. No. 2. (Apr. 1957). 277-288. p.

Dinamikus programozás és a variáció számitási probléma numerikus megoldása.

BELLMAN, Richard: On a Dynamic Programming Approach to the Caterer Problem - I.

= Management Science. Vol. 3. No. 3. (Apr. 1957). 270-278. p.

Az élelmiszer szállitási probléma egy dinamikus programozási megközelitéséről.

BISHOP, George T.: On a Problem of Production Scheduling.

= Operations Research. Vol. 5. No. 1. (Feb 1957). 97-103. p.

A termelés ütemezés egy problémájáról.

CHARNES, A. - COOPER, W. W.: Management Models and Industrial Applications of Linear Programming.

= Management Science. Vol. 4. No. 1. (Oct 1957). 38-91. p.

Üzemvezetési modellek és a lineáris programozás ipari alkalmazásai.

CHENEY, L. K.: Linear Program Planning of Refinery Operations.

= NRLQ. Vol. 4. No. 1. (Mar 1957). 9-16. p.

Rafinálási eljárások lineáris programozási tervezése.

CLARK, Charles E.: Mathematical Analysis of an Investory Case.
= Operations Research. Vol. 5. No. 5. (Oct 1957). 627-643. p.
Egy beruházási lehetőség matematikai elemzése.

CRANE, Roger R.: Some Recent Developments in Transportation Research.
= NRLQ. Vol. 4. No. 3. (Sept 1957). 173-181. p.
A szállitás-kutatás ujabb fejlődése.

DANTZIG, George, B.: Discrete-Variable Extremum Problems.
= Operations Research. Vol. 5. No. 2. (Apr 1957). 266-277. p.
Diszkrét változós szélsőérték feladatok.

DANTZIG, George B.: Thoughts on Linear Programming and Automation.
= Management Science. Vol. 3. Jan 1957. 117-130. p.
Gondolatok a lineáris programozásról és az automatizálásról.

DANTZIG, G. B. - FULKERSON, D. R. - JOHNSON, S.: Solution of a Large Scale Travelling Salesman Problem.
= Journal of the Operations Research Society of America. 1954. 493-510. p.
Egy nagyszabásu utazóügynök-probléma megoldása.

DANTZIG, G. B. - ORCHARD-HAYS, W.: The Product Form for the Inverse in the Simplex Method.
= Mathematical Tables and Other Aids to Computation (8.) No. 46. April. 1954. 63-67. p.
A simplex módszer inverzének szorzat alakja.

DEBEAU, David E.: Linear Programming Isn't Always the Answer.
= Operations Research. Vol. 5. No. 3. (Jun. 1957). 429-433. p.
A lineáris programozás nem mindig ad választ.

DORFMAN, Robert - SAMUELSON, Paul A. - SOLOW, Robert M.: Linear Programming and Economic Analysis. New York - Toronto - London. 1958. McGraw-Hill. IX, 525 p.
(The RAND series.)
Bibliogr. 507-512. p.
Lineáris programozás és gazdasági elemzés.

DREYFUS, Stuart E.: Computational Aspects of Dynamic Programming.
= Operations Research. Vol. 5. No. 3. (Jun 1957). 409-415. p.
A dinamikus programozás számitási problémái.

EDIE, Leslie C.: Operations Research in a Public Corporation.
= Operations Research. Vol. 5. No .1. (Feb 1957). 111-121. p.
Operáció kutatás köztestületben.

EISEMANN, Kurt: The Trim Problem.
= Management Science, Vol. 3. No. 3. (Apr 1957). 279-284. p.
A "trim" probléma (hajórakomány elhelyezésére).

FETTER, Robert B. - GOODMAN, Thomas P.: An Equipment-Investment Analog.
= Operations Research. Vol. 5. No. 5. (Oct 1957). 657-669. p.
Egy felszerelés-beruházási analógia.

FLOOD, M. M.: On the Hitchcock distribution problem.
= Pacific Journal Math. 1953. 369-386. p.
A Hitchcock-féle elosztási problémáról.

FÖRSTNER, Karl - HENN, Rudolf: Dynamische Produktions-Theorie und lineare Programmierung. Meisenheim/Glan. 1957. Hain. 125 p.
(Schriften zur wirtschaftlichen Forschung 5.)
Bibliogr. 123-125. p.
Dinamikus termelési elmélet és a lineáris programozás.
KSH

GARVIN, W. W. and others: Applications of Linear Programming in the Oil Industry.
= Management Science. Vol. 3. No. 4. (Jul 1957). 407-430. p.
A lineáris programozás alkalmazása az olajiparban.

GASS, Saul I.: Linear Programming. Methods and Applications. New York - Toronto - London. 1958. McGraw-Hill. XII, 223 p.
Bibliogr. 205-219. p.
Lineáris programozás. Módszerek és alkalmazások.
KSH

HANSSMANN, Friedrich: Determination of Optimal Capacities of Service for Facilities with a Linear Measure of Inefficiency.

= Operations Research. Vol. 5. No. 5. (Oct 1957). 713-717. p.

A lehetséges szolgáltatások optimális kapacitásának meghatározása az inefficiencia egy lineáris mértékének segitségével.

HELLER, I. : Constraint Matrices of Transportation-Type Problems.

= NRLQ. Vol. 4. No. 1. (Mar. 1957). 73-76. p.

Szállitási tipusu problémák mellékfeltétel mellett adott matrixai.

HENDERSON, James M. : The Efficiency of the Coal Industry. An Application of Linear Programming. Cambridge, Mass. 1958. Harvard Univ. Press. XII, 146 p.

Bibliogr. 139-144. p.

A szénipar hatékonysága. A lineáris programozás egy alkalmazása.

KSH

HILDRETH, Clifford: A Quadratic Programming Procedure.

= NRLQ. Vol. 4. No. 1. (Mar 1957). 79-85. p.

Egy kvadratikus programozási eljárás.

HITCH, Charles: Operations Research and National Planning - A Dissent.

= Operations Research. Vol. 5. No. 5. (Oct 1957). 718-723. p.

Operáció kutatás és nemzeti tervezés.

HITCHCOCK, F. L. : The Distribution of a Product from Several Sources to Numerous Localities.

= Journal Math. Phys. 1941. 224-250. p.

Különböző forrásokból származó termékek szétosztása több helység között.

HOUTHAKER, H. S. : On the Numerical Solution of the Transportation Problem.

= Journal of the Operations Research Society of America. Vol. 3. May. 1955. 210-224. p.

A szállitási probléma numerikus megoldása.

An INTRODUCTION to Linear Programming. P. 1. : COOPER, W. W. -HENDERSON, A. : An Economic Introduction to Linear Programming. - P. 2. : CHARNES, A. : Lectures on the Mathematical Theory of Linear Programming. New York-London 1956. Wiley-Chapman. IX. 74 p.

Bevezetés a lineáris programozásba.

KSH

JOHNSON, S. M.: Sequential Production Planning Over Time at Minimum Cost.
= Management Science. Vol. 3. No. 4. (Jul 1957). 435-437. p.
Időben való szekvenciális termelés-tervezés minimális költség mellett.

KARUSH, W. - VAZSONYI, A.: Mathematical Programming and Employment Scheduling.
= NRLQ. Vol. 4. No. 4. (Dec 1957). 297-320. p.
Matematikai programozás és foglalkoztatás-ütemezés.

KARUSH, W. - VAZSONYI, A.: Mathematical Programming and Service Scheduling.
= Management Science. Vol. 3. No. 2. (Jan 1957). 140-148. p.
Matematikai programozás és szolgáltatás-ütemezés.

KING, R. A. - BISHOP, C. E. - SUTHERLAND, J. G.: Programming Resource Use and Capital Investment in Agriculture.
= Management Science. Vol. 3. No. 2. (Jan 1957). 173-184. p.
Erőforrás felhasználás és tőkebefektetés programozása a mezőgazdaságban.

KLEIN, Morton: Some Production Planning Problems.
= NRLQ. Vol. 4. No. 4. (Dec 1957). 269-286. p.
Bizonyos termelés-tervezési problémák.

KOOPMANS, Tjalling C. - BECKMANN, Martin: Assignment Problems and the Location of Economic Activites.
= Econometrica. Vol. 25. No. 1. (Jan 1957). 53-76. p.
Hozzárendelési problémák és közgazdasági tevékenységek kihelyezése (lokációja).

MANNE, Alan S.: A Note on the Modigliani - Hohn Production Smoothing Model.
= Management Science. Vol. 3. No. 4. (Jul 1957). 371-379. p.
Megjegyzés a Modigliani-Hohn-féle termelés kiegyenlitő modellről.

MARKOWITZ, H. M.: The Elimination Form of the Inverse and its Application to Linear Programming.
= Management Science. Vol. 3. No. 3. (Apr 1957). 255-269. p.
Az inverz eliminációs alakja és alkalmazásai a lineáris programozásban.

MARKOWITZ, H. M. - MANNE, M. S.: On the Solution of Discrete Programming Problems.
= Econometrica. Vol. 25. No. 1. (Jan 1957). 84-110. p.
Diszkrét programozási problémák megoldásáról.

MASSE, P. - GIBRAT, R.: Applications of Linear Programming to Investments in the Electric Power Industry.

= Management Science. Vol. 3. Jan. 1957. 149-166. p.

A lineáris programozás alkalmazása az elektromos energiaipar beruházásainál.

ORCHARD-HAYS, N.: Evolution of Linear Programming Computing Techniques.

= Management Science. Vol. 4. Jan. 1958. 183-190. p.

A lineáris programozás számitási technikájának fejlődése.

PROGRAMME linéaire. Agrégation et nombres indices. Paris. 1956. Centre National de la Recherche Scientifique. 146 p.

(Cahiers du Séminaire d'Économétrie. 4.)

Bibliogr. 144-146. p.

Lineáris programozás. Agregálás és indexszámok.

KSH

ROTH, William M.: The Problem of American Shipping - New Questions and Old Answers.

= Operations Research. Vol. 5. No. 1. (Feb 1957). 104-110. p.

Az amerikai hajószállitás problémája. - Uj kérdések és régi válaszok.

THEIL, H.: Linear Aggregation in Input-Output Analysis.

= Econometrica. Vol. 25. No. 1. (Jan 1957). 111-122. p.

Lineáris agregáció input-output elemzésnél.

TUCKER, A. W.: Linear and Nonlinear Programming.

= Operations Research. Vol. 5. No. 2. (Apr 1957). 244-257. p.

Lineáris és nem lineáris programozás.

VAZSONYI, Andrew: Economic-Lot-Size Formulas in Manufacturing.

= Operations Research. Vol. 5. No. 1. (Feb 1957). 28-44. p.

Gazdaságos tételnagyságra vonatkozó szabályok a gyártásban.

VAZSONYI, Andrew: Scientific Programming in Business and Industry. New York - London. 1958. Wiley - Chapman. XIX, 474 p.

Tudományos programozás a kereskedelemben és iparban

KSH, KGE

WAGNER, Harvey M.: A Comparison of the Original and Revised Simples Methods.
= Operations Research. Vol. 5. No. 3. (Jun 1957). 361-369. p.
Az eredeti és revideált szimplex módszerek összehasonlitása.

WAGNER, Harvey M.: A Linear Programming Solution to Dynamic Leontief Type Models.
= Management Science. Vol. 3. No. 3. (Apr 1957). 234-254. p.
A dinamikus Leontief-tipusu modell lineáris programozási megoldása.

WAGNER, Harvey M.: The Simplex Method for Beginners.
= Journal of the Operations Research Society of America. Vol. 6. March-April. 1958. 190-199. p.
Szimplex módszer kezdők számára.

WAGNER, Harvey M.: A Supplementary Bibliography on Linear Programming.
= Operations Research. Vol. 5. No. 4. (Aug 1957). 555-563. p.
A lineáris programozás kiegészitő bibliográfiája.

WARD, L. E.: On the Optimal Allocation of Limited Resources.
= Operations Research. Vol. 5. No. 6. (Dec 1957). 815-819. p.
Korlátozott erőforrások optimális szétosztása.

III.

VÁRAKOZÁSI - SORBAÁLLÁSI MODELL

BAILEY, N. T.: On Queuing Processes with Bulk Service.
= Journal of the Royal Statistical Society. Vol. 16. 1954. 80-87. p.
Sorbaállási folyamatok tömeg kiszolgálás esetén.

BARRER, D. Y.: Queuing with Impatient Customers and Indifferent Clerks.
= Operations Research. Vol. 5. No. 5. (Oct 1957). 644-649. p.
Sorbaállási probléma türelmetlen vásárlók és közömbös kiszolgálók esetén.

BARRER, D. Y.: Queuing with Impatient Customers and Ordered Service.
= Operations Research. Vol. 5. No. 5. (Oct 1957). 650-656. p.
Sorbaállási probléma türelmetlen vásárlók és rendezett kiszolgálás esetén.

BENES, V. E.: On Queues With Poisson Arrivals.
= Annals of Mathematical Statistics. Vol. 28. No. 2. (Jun 1957). 670-677. p.
Poisson-érkezésü sorbaállásokról.

BENSON, F. - COX, D. R.: The Productivity of Machines Requiring Attention at Random Intervals.
= Journal of the Royal Statistical Society. Vol. 13. 1951. 65-82. p.
Gépek termelékenysége, véletlen időközökben történő felügyelet esetén.

COBHAM, A.: Priority Assignment in Waiting Line Problems.
= Journal of the Operations Research Society of America. Vol. 2. No. 1. 1954. 70-76. p.
Az elsőbbség kijelölése várakozó telefonvonalak problémáinál.

HAIGHT, Frank A.: Queuing with Balking.
= Biometrika. Vol. 44. Pts. 3 and 4. (Dec 1957). 360-369. p.
Sorbaállás akadályozás esetén.

HOLLEY, J. L.: Waiting-Lines Subject to Priorities.
= Journal of the Operations Research Society of America. No. 3. 1954. 341-343. p.
Telefonvárakozási problémák prioritás figyelembevétele mellett.

JACKSON, James R.: Networks of Waiting Lines.
= Operations Research. Vol. 5. No. 4. (Aug 1957). 518-521. p.
Várakozó telefonvonalak hálózata.

KENDALL, D. G.: Some Problems in the Theory of Queues.
= Journal of the Royal Statistical Society. No. 2. 1951. 151-173. p.
A sorbaállási elmélet néhány problémája.

LINDLEY, D. V.: The Theory of Queues with a Single Server.
= Proc. Cambridge Phil. Soc. 1952. April. 277-289. p.
A sorbaállás elmélete egyetlen kiszolgáló esetén.

MORSE, P.: Stochastic Properties of Waiting-Lines.
= Journal of the Operations Research Society of America. 1955. 255-261. p.
Telefonvárakozási problémák stochasztikus tulajdonságai.

SAATY, Thomas L.: Resume of Useful Formulas in Queuing Theory.
= Operations Research. Vol. 5. No. 2. (Apr 1957). 161-200. p.
A sorbaállási elmélet használatos formuláinak összefoglalása.

SWENSSON, O.: An Approach to a Class of Queuing Problems.
= Operations Research. Vol. 6. March-April. 1958.
A sorbaállási problémák egyik osztályozásáról.

IV.

KÉSZLETEK PROBLÉMÁI

ACKOFF, R. L. : Production and Inventory Control in a Chemical Process.
= Journal of the Operations Research Society of America. Vol. 3. 1955. 319. p.
Termelés és készletszabályozás egy kémiai folyamatban.

ARROW, K. - HARRIS, T. - MARSCHAK, J. : Optimal Inventory Policy.
= Eoconometrica. 1959. 250-272. p.
Az optimális készletezési politika.

ARROW, J. Kenneth - KARLIN, Samuel - SCARF, Hervert: Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production. With contributions by Martin J. Beckmann, John Gessford, Richard F. Muth. Stanford, California. 1958. Stanford Univ. Press. 340 p.
(Stanford Mathematical Studies in the Social Sciences 1.)
Bibliogr. /337/-340. p.
Tanulmányok a készletezés és termelés matematikai elméletéről.
KSH

DREYFUS, Stuart E. : An Analytic Solution of the Warehouse Problem.
= Management Science. Vol. 4. No. 1. (Oct 1957). 99-104. p.
A raktározási probléma egy analitikus megoldása.

DVORETSKY, A. : On the Optimal Character of the (s S) Policy in Inventory Theory.
= Econometrica 1953. 586-596. p.
Az "sS készletezési politika" optimális jellegéről a készletezés elméletében.

DVORETSKY, A. - KIEFER, J. - WOLFOWITZ, J. : The Inventory Problem.
= Econometrica. 1952. 187- 222. p.
A készletezési probléma.

FEENEY, G. J. : A Basis for Strategic Decisions on Inventory Control Operations.
= Management Science. No. 1. 1955. 69-82. p.
Stratégiai döntések egy alapelve a készletszabályozási operációkban.

FREEMAN, Raoul J.: sS Inventory Policy with Variable Delivery Time.
= Management Science. Vol. 3. No. 3. (Jul 1957). 431-434. p.
"sS készlet-politika" változó szállitási idővel.

HOLT, C. C. - MODIGLIANI, F. - SIMON, H. A.: A Linear Decision Rule for Production and Employment Scheduling.
= Management Science. No. 1. Oct. 1955. 1-30. p.
Egy lineáris döntési szabály a termelés és foglalkoztatás ütemezésére.

JEWELL, William S.: Warehousing and Distribution of a Seasonal Product.
= NRLQ. Vol. 4. No. 1. (Mar 1957). 29-34. p.
Raktározás és egy szezonáru szétosztása.

KARUSH, W.: On a Class of Minimum Cost Problems.
= Journal of the Operations Research Society of America. Vol. 4. Jan. 1958.
A minimális költség-problémák egyik osztályáról.

LADERMAN, J. - LITTAUER, S. B. - WEISS, L.: The Inventory Problem.
= Jour. Amer. Stat. Ass. 1953. 717-732. p.
A készletezési probléma.

MILLS, E. S.: Expectations and Undesired Inventory.
= Management Science. Vol. 4. Oct 1957. 105-109. p.
Kilátások és nem kivánatos készlet.

PRAGER, William: On Warehousing Problems.
= Operations Research. Vol. 5. No. 4. (Aug 1957). 504-512. p.
Raktározási problémákról.

ROY, Bernard: Recherche d'un programme d'approvisionnement ou de production. - BARBUT, Marc: La linéarité dans un certain problème de renouvellement de stock en avenir aléatoire. Paris. 1957. Poincaré Inst. 52 p.

(Paris. Université. Institut de Statistique. Cahiers du Bureau Universitaire de recherche opérationnelle. No. 1.)

Készletezési és termelési programra vonatkozó kutatások.

KSH

SCHUTZENBERGER, Marcel-Paul: Sur une généralisation de l' inégalité minimax. - BARBUT, Marc: Méthodes recurrentes dans les problèmes de renouvellement de stock. - AKAMA, Hachiro: Un aspect de la programmation dynamique. - GUILBAUD, G. Th: Programmes dynamiques et programmes linéaires. Note sur un modèle de Richard Bellman. Paris. 1957. Inst. Poincaré. 41 p.

(Paris. Université. Institut de Statistique. Cahiers du Bureau Universitaire de recherche opérationnelle. No. 2.)

A minimax egyenlőtlenség egy általánositásáról. Rekurziós eljárások a készlet felujitási problémára. Dinamikus program és lineáris program. Megjegyzések Richard Bellman egy modelljére.

SIMON, H. A.: On the Application of Servomechanism Theory in the Study of Production Control.

= Econometrica. 1952. 247-268. p.

A servomechanismus elméletének alkalmazása a termelés ellenőrzés tanulmányozásában.

SIMON, H. A. - HOLT, C. C.: The Control of Inventory and Production Rates.

= Journal of the Operations Research Society of America. 1954. 289-301. p.

A készletezés és termelés arányának ellenőrzése.

VASSIAN, H. J.: Application of Discrete Variable Servo-theory to Inventory Control.

= Journal of the Operations Research Society of America. Aug 1955. 272-282. p.

A diszkrét változóju servo-elmélet alkalmazása a készlet szabályozásban.

WHITIN, T. M.: Inventory Control and Price Theory.

= Management Science. No. 1. 1955. 61-68. p.

A készlet ellenőrzése és az árelmélet.

WHITIN, T. M.: Inventory Control Research, a Survey.

= Management Science. 1954. 32-40. p.

A készlet ellenőrzési kutatások áttekintése.

V.

ÉLETTARTAM, FELUJITÁS

BLACKWELL, D. H.: Extension of a Renewal Theorem.
= Pacific. Jour. of Math. 1953. 315-332. p.
Egy felujitási tétel kiterjesztése.

BROWN, A. W.: A Note on the Use of Pearson Type 3 Function in Renewal Theory.
= Ann. Math. Stat. 1940. 448-453. p.
Megjegyzés a Pearson-féle 3. tipusu függvény használatáról a felujitási elméletben.

CHUNG, K. L. - WOLFOWITZ, J.: On a Limit Theorem in Renewal Theory.
= Ann. Math. No. 55-56. 1952. 1-6. p.
A felujitási elmélet egyik határérték tételéről.

DOOB, J. L.: Renewal Theory from the Point of View of Probability.
= Trans. Amer. Math. Soc. 1948. 422-438. p.
Felujitási elmélet a valószinüségszámitás szempontjából.

EBSTEIN, B. - SOBEL, M.: Life Testing.
= Jour. Amer. Stat. Ass. 1953. 486-502. p.
Élettartam vizsgálat.

FELLER, D.: On the Integral Equation of Renewal Theory.
= Ann. Math. Stat. 1941. 243-267. p.
A felujitási elmélet integral egyenletéről.

GOODMAN, L.: Methods Measuring Useful Life on Equipment under Operations Conditions.
= Jour. Amer. Stat. Assoc. 1953. 503-530. p.
Módszerek a berendezés müködőképes élettartamának mérésére.

KARLIN, S.: On the Renewal Equation.
= Pac. Jour. Math. 1955. 229-257. p.
A felujitási egyenletről.

SMITH, V. L.: Economic Equipment Policies. An Evaluation.
= Management Science. Vol. 4. Oct 1957. 20-37. p.
Gazdasági felszerelés politikája. Értékelés.

WALSH, John E.: Estimating Future from Past in Life Testing.
= Annals of Mathematical Statistics. Vol. 28. No. 3. (Sept 1957). 432-441. p.
Jövőre vonatkozó becslés a mult alapján, élettartam vizsgálatnál.