

MTA Közgazdaságtudományi
Intézet
Matematikai modellek
csoport

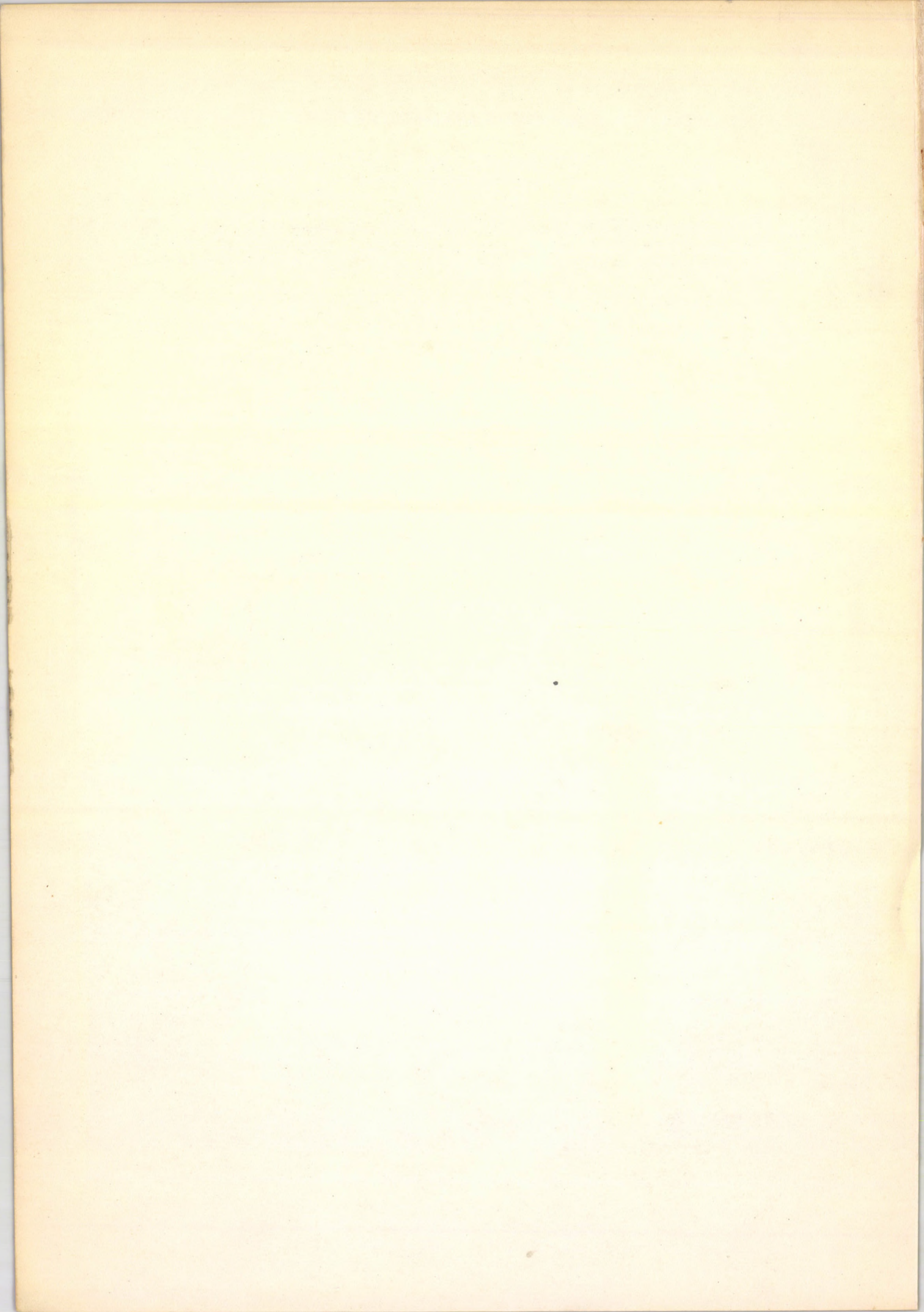
KSH Információfeldolgozási
Laboratórium

Kornai János

A gazdaság működésének szimulációs modelljei

/Kiinduló gondolatok, módszerek, alapfogalmak/

1966. március



MTA Közgazdaságtudományi
Intézet
Matematikai modellek
csoport

KSH Információfeldolgozási
Laboratórium

Kornai János

A gazdaság működésének szimulációs modelljei

/Kiinduló gondolatok, módszerek, alapfogalmak/

A tanulmány egy része a "Gazdasági
mechanizmus matematikai modellei"
c. témával foglalkozó kutatócso-
port /Dömölki Bálint, Frey Tamás,
Tankó József és Tényi György/
közreműködésével készült.

1966. március

E tanulmány kutatási részbeszámolónak
tekintendő; az esetleges hivatkozások-
kat kérjük a szerzővel előzetesen meg-
beszélni.

<u>Tartalom</u>	Oldal
I. RÉSZ: KIINDULÓ GONDOLATOK	1
<u>1. Bevezető</u>	2
1.1. A tanulmány jellege	2
1.2. A kutatás szervezete; közreműködők	4
<u>2. A kutatás iránya</u>	7
2.1. Mechanizmus-reform és mechanizmus- kutatás	7
2.2. Empirikus kutatás és hipotétikus helyzetek vizsgálata	9
2.3. "Átgondolás" és formális modell	11
2.4. Konkrét predikciók és általános meg- állapítások	19
2.5. A megállapítások igazolásának utjai	22
2.6. A kutatás irányának összefoglaló jellemzése	28
<u>3. Szimulációs modelleink közös ismertető- jegyei - Első ismerkedés</u>	30
3.1. Az első ismerkedés célja	30
3.2. A vizsgálat tárgya	31
3.3. A gazdaság sejtje: az egység	32
3.4. Egy egyszerű válaszfüggvény: a jelző- lámpa és a gyalogos	33
3.5. A fogyasztó válaszfüggvényei	36
3.6. A tőkés vállalat válaszfüggvényei	38
3.7. Homo economicus, racionalitás vagy reális válaszfüggvény?	39
3.8. Az inputok és az outputok	42
3.9. Reáltevékenységek, transzformáció	44
3.10. A rendszer dinamikája	46
II. RÉSZ: AZ ÁLTALÁNOS MODELL	47
<u>1. Előzetes megjegyzések</u>	48
1.1. Az általános modell közvetlen hiva- tása	48
1.2. A modell "általánossága"; feltevések és fogalmak	50

II.

1.3. A leírás és a kommentár szétválasztása	51
<u>2. Jelölés</u>	53
2.1. Jelölési elvek	53
2.2. Jelölésjegyzék	55
<u>3. A modell elemei</u>	58
3.1. A hét elem-kategória	58
3.2. A szervezet	70
<u>4. Periódus és ütem</u>	72
4.1. Periódus	72
4.2. Ütem	72
<u>5. A modell változói</u>	79
5.1. A változók idő-indexei	79
5.2. A működési változó fogalma	80
5.3. Fizikai változók	82
5.4. Közlési változók	85
5.5. A működési változó általános jelölése	88
5.6. Memóriatartalom	89
5.7. Randomizáló változók	93
<u>6. Az egység válaszfüggvényének általános alakja</u>	94
<u>7. A vegetatív működési processzus</u>	101
7.1. A tárgyalás szempontjai	101
7.2. A hét ütem leírása	105
7.3. Lehetséges és szükséges inputok és outputok	131
7.4. A vegetatív működési processzus és a kiegészítő kommunikációs processzus fogalma	137
<u>8. Összefoglaló definíciók</u>	140
8.1. A vegetatív működési processzus regularitása	140
8.2. Kommunikációs kapcsolat és hálózat	141
8.3. Reálszféra és mechanizmus	142

III.

III. RÉSZ: A MODELLEK KONKRETIZÁLÁSÁNAK UTJAI	145
<u>1. A konkretizálás két fokozata</u>	146
1.1. A tárgyalás áttekintése	146
1.2. A modell specifikálása	147
1.3. A modell numerikus jellemzői	150
1.4. Randomizálás	152
1.5. Viselkedési paraméterek	153
<u>2. A modellek konkretizálásának forrásai</u>	156
2.1. Statisztikai megfigyelés	156
2.2. Verbális empirikus leírás	158
2.3. Interjú-módszer	161
2.4. "Business-game"	164
2.5. Mechanizmus-javaslatok, hipotézisek modellezése	166
2.6. Elméleti közgazdasági modellek átfogalmazása	167
2.7. "Tanuló" egységek	169
2.8. A források kombinálása	170
IV. RÉSZ: KUTATÁSUNK ÉS AZ IRODALOM	173
<u>1. Az ismertetés feladata</u>	174
<u>2. A modern matematikai közgazdaságtan</u>	175
2.1. A modern egyensúlyelmélet	175
2.2. A dekompozíciós módszerek közgazdasági interpretációja	182
2.3. "Team"-elmélet	185
2.4. Hurwicz "alkalmazkodási processzus" elmélete	186
2.5. A közgazdasági elméletek osztályozásáról	189
<u>3. A szimuláció irodalma</u>	191
<u>4. Kibernetika, automata-elmélet</u>	192
V. RÉSZ: A KUTATÁS TERVEI	198
<u>1. Az eddig végzett munka összefoglalása</u>	199
<u>2. A soronkövetkező feladatok</u>	200
<u>Irodalomjegyzék</u>	202

I. RÉSZ:

KIINDULÓ GONDOLATOK

1. Bevezető

1.1. A tanulmány jellege

Kutatásaimat a Közgazdaságtudományi Intézet keretében 1965. januárjában kezdtem meg. Témám ideiglenes címe: "A gazdasági mechanizmus matematikai modellei". Jelen tanulmány a harmadik dolgozat, amelyet e munka keretében az Intézetnek benyújtok.^{x/}

Eredeti munkatervem szerint az első évben, 1965-ben elkészítendő beszámolóknak a kérdés irodalmát kellett volna ismertetnie és értékelnie. Sikerült azonban ezen az óvatos elhatározáson túllépni, s már viszonylag hamar áttérni az önálló, pozitív kutatásokra. E tanulmányban is arra fektettem a hangsúlyt, hogy saját kutatásainkról számoljak be; az irodalom ismertetésére és értékelésére csak röviden térek ki. A tanulmány IV. része foglalkozik majd ezzel; ugyanott számolok be a felhasznált irodalmi forrásokról is.

Témánk feldolgozása egy egész kutatócsoport sokéves munkáját igényli. Az első évben a figyelmet az alapvetésre kellett összpontosítani. Tisztázni kellett, hogy tulajdonképpen mit is akarunk kutatni és hogyan. Körülhatároltuk témánkat, s kidolgoztuk a kutatás módszertanát. Szükség volt egész sor új fogalom bevezetésére és definíciójára. A munka máris elvezetett néhány elméleti problémához; megkíséreltük ezek tisztázásának megkezdését. Mindezekről számot ad a tanulmány.

x/ Az első [29] dolgozatot Dömölki Bálint társszerzővel készítettem, 1965. áprilisában, "A gazdasági mechanizmus szimulációja - Feljegyzés az 1. számú kísérletsorozat matematikai modelljéről" címmel.

A második [31] dolgozat 1966. januárjában készült el, "Gazdasági rendszerek szimulációjának általános modellje" címmel. Ez a mostani tanulmány II. része előzetes fogalmazványának tekinthető.

Hangsúlyozni szeretném azonban, hogy tanulmányom egy még folyamatban lévő, a kezdet kezdetén tartó kutatás "menetközbeni" beszámolója. Nem közöl kész eredményeket. Mindaz, amit itt leírtam, még nyers, kiforratlan gondolat; javításához, végleges megfogalmazásához még sok további kutatásra lesz szükség.

Vajon nem korai-e ilyen körülmények között lesokszorosítani és vitára bocsátani a tanulmányt? Szeretném remélni, hogy nem - feltéve, hogy az olvasó tulzott várakozások nélkül veszi kezébe a munkát. Az olvasó nem kész munkadarabot kap a kezébe, hanem inkább a műhelybe pillanthat bele, ahol a munka készül. Ez utóbbi bizony rendszerint kevésbé vonzó látvány, mint a szépen adjusztált kész termék. Ennek ellenére el kellett készíteni e tanulmányt, több okból. Mindenekelőtt: a leírás egyik alapvető célja az volt, hogy önmagunk előtt tisztázzuk: hol tartunk, milyen kérdésekre feleltünk már s mire kell ezután kutatni a választ. Ezen túlmenően, a tanulmány leírása szükségesé vált azért is, hogy a Közgazdaságtudományi Intézet vezetőségének módja legyen látnia: tulajdonképpen milyen irányban halad a kutatás, s így állástfoglalhasson, milyen mértékben kívánja a továbbiakban támogatni az elkezdett munkát. Ezen túlmenően azt reméljük, hogy a kutatás megvitatása, a hozzászólások és ellenvélemények új gondolatokkal termékenyítik meg vizsgálódásainkat. Emellett talán a tanulmány gondolatébresztő lehet hasonló kérdésekkel foglalkozó más kutatók számára is.

Éppen mert további vizsgálatainkhoz fel akarjuk használni a vita tanulságait, nagy erőfeszítéseket tettem a megfogalmazásnál annak érdekében, hogy a tanulmány a szakértők szélesebb köréhez juthasson el. Ez igen nagy nehézségekkel járt, a téma különleges adottságai miatt. Feladatunk megoldásához sokféle eszközt, "technikát", sokféle tudomány eredményeit használjuk fel. Nem elég azt mondanunk, hogy itt a közgazdaságtudomány és a matematika kom-

binációjáról van szó. Ha felsorolnánk azokat a "tantárgyakat", kutatási területeket, amelyekről módszereinket, fogalmainkat, gondolatainkat kölcsönöztük, legalábbis a következőket kellene megemlítenünk: a szocialista gazdasági mechanizmus gyakorlati vizsgálata, a közgazdasági elmélet és elmélet-történet, kibernetika, számológépek és automaták elmélete, szimulációs modellek, matematikai programozás és "activity analysis". A nyelv tehát, amelyet használunk, nagyon kevert, "tudományközi" nyelv. Ha mármost azt akarjuk, hogy hozzászólásokat kapjunk valamennyi felsorolt terület szakértőitől, akkor mindegyik várható olvasó-csoportnak némileg meg kell magyarázni a többi, általa kevésbé ismert terület általunk felhasznált fogalmait és gondolatait. Mindez, sajnos, megnyújtja a tanulmányt, s ahhoz vezet, hogy mindegyik olvasó-csoport számára legalábbis a tanulmány egyik vagy másik része jól ismert fogalmakat, gondolatokat magyaráz. Az olvasók várható sokfélesége indokolja azt a speciális tárgyalásmódot, a formális leírás és a részletes kommentár szétválasztását, amelyet a tanulmány II. része alkalmaz. Mivel ez a tanulmány legfontosabb része, ezért itt különösen fontos volt az olvasó munkájának megkönnyítése.

1.2. A kutatás szervezete; közreműködők

Témánk jelenleg két intézmény közös kutatásának minősül; az MTA Közgazdaságtudományi Intézet Matematikai Modellek Csoportja mellett közreműködik a KSH Információfeldolgozási Laboratóriuma. Utóbbi intézmény vállalta egyebek között a kutatással kapcsolatos gépi számítások lebonyolítását. Ujabban felajánlotta közreműködését az MTA Számítás-technikai Központja is.

A kutatásban jelenleg a tanulmány közgazdász-szerzőjén kívül négy matematikus működik közre: Dömölki Bálint /KSH Információfeldolgozási Laboratórium/, Frey Tamás /MTA Számítástechnikai Központ/, Tankó József /MTA Közgazdaságtudományi Intézete/ és Tényi György /MTA Közgazdaságtudományi Intézete/. Jelenleg egyik közreműködőnek sem ez a fő vagy egyedüli kutatási témája, hanem csupán kiegészítő, másodlagos tevékenységének tekinthető.

A tanulmány megírásához a kutatócsoport tagjaitól és másoktól kapott sokféle segítségről szólva ki kell emelnem a következőket:

1. Dömölki Bálinttal jóformán a kutatás megkezdése óta működöm együtt. Közösén dolgoztuk ki a már említett 1. számú szimulációs modellt. Ez a közös munka, a vele folytatott rendszeres megbeszélések, nagy segítséget nyújtottak számomra egyes összefüggések megértésében.

2. Tankó József dolgozta ki az 1. számú modell gépi programját. Ez együtt járt a modell átalakításával, továbbfejlesztésével. Ehhez hozzájárult Tényi György is, aki résztvett a modell első numerikus kipróbálásában. A gépi program kidolgozását megelőző megbeszélések sorozata is elősegítette a jelen tanulmányban tárgyaltak tisztázását.^{x/}

3. A tanulmány II. részében leírt általános modell első fogalmazványát egy négy ülésből álló megbeszéléssorozaton szóban előadtam. E megbeszéléseken résztvettek: Dömölki Bálint, Frey Tamás, Tankó József, Tényi György, a kutatócsoport tagjai, valamint Deák Jánosné. A vita számottevően hozzájárult a tanulmányban leírtak végleges kidolgozásához, pontosabb megfogalmazásához. Ki kell emelni Dömölki Bálint és Frey Tamás közreműködését, különösen a tanulmányban fontos szerepet játszó "általános válaszfügg-

x/ A jelen tanulmány megszövegezésének idejére elkészült az 1. számú modell végleges alakjának leírása is.
/Lásd [54] ./

vény" jelenlegi alakjának megfogalmazásában.

Ezen a helyen is szeretnék köszönetet mondani matematikus munkatársaimnak segítségükért. A közgazdász-matematikus együttműködésre, "team"-munkára kívánjuk alapozni a jövőben is kutatásunkat.

4. Több közgazdász és matematikus kollega vállalkozott a tanulmány teljes kéziratának elolvasására. Köszönettel tartozom Augustinovics Mária, Bródy András, Deák Jánosné, Dömölki Bálint, Lipták Tamás, Martos Béla, Nagy András, Rimler Judit, Tankó József, Tardos Márton és Ujlaki Lászlóné értékes megjegyzéseiért.

2. A kutatás iránya

2.1. Mechanizmus-reform és mechanizmus-kutatás

A tanulmány írásakor nagy erővel folyik a magyar gazdasági mechanizmus reformjának kidolgozása. A szellemi előkészítésben, az új mechanizmus fő gondolatainak felvételében és megérlelésében fontos szerepe volt a közgazdaságtudománynak. Most, a gyakorlati megvalósításban is szerephez jutnak a gyakorlati gazdasági vezetők mellett a közgazdasági elmélet művelői, kutatói is.

A reform hatása nemcsak magában a gazdasági mechanizmusban mutatkozik majd meg, hanem a közgazdasági gondolkodásban is. A mechanizmus-bizottságok tevékenysége, a számos intézménynél lezajlott viták, a publikált és a belső használatra készült tanulmányok, hozzászólások, javaslatok összessége történelmileg egyedülálló példája egy gazdasági rendszer "önkritikájának", annak a törekvésnek, hogy a rendszer megismerje önmagát.

Ugyanakkor éppen az elmélet művelőinek látniuk kell, hogy a jövőbeni reform csak bizonyos mértékig tekinthető "tudományosan megalapozottnak". Tulajdonképpen még mindig nem ismerjük teljesen, eléggé mélyen és alaposan a fennálló mechanizmust sem; még kevesebbet tudunk más országokban jelenleg működő /vagy a múltban működött/ mechanizmusokról. És ami a legfontosabb: tulajdonképpen kevés biztosat mondhatunk a jövőbeni, a tervezett új mechanizmusról. A "mi lesz, ha..." kezdetű kérdésekre felelve általában csak sejtéseket, feltevéseket, reményeket válaszolhatunk, de e válaszok nem minősíthetők tudományosan igazolt, bizonyított megállapításoknak. Azok, akik a mechanizmus reformjának előkészületeit irányítják, jórészt maguk is tisztában vannak ezzel.

Mielőtt arra felelnénk, mi következik ebből, előbb le kell szögeznünk: mi nem következik a fentiekből. Semmiképpen sem következik az, hogy meg kell várni a mechanizmus reformjával azt az állapotot, amikor már tudományosan bizonyított tételek állnak rendelkezésre egy jövőbeni mechanizmus működéséről. Mindenekelőtt: ez a várakozás nagyon sokáig tartana. Ha egyéb nem, ez a tanulmány is arról győzheti meg az olvasót, milyen rendkívül nehéz egy gazdasági mechanizmus exakt leírása, működésének elemzése, várható hatásának előrejelzése.

A jelen pillanatban rendelkezésre álló ismeretek alapján nyugodtan elindulhatunk egy olyan mechanizmus felé, amelyről nagy valószínűséggel feltételezhetjük: legalábbis lényegesen jobb lesz az eddiginél. Ezzel egyidőben azonban el kell mélyíteni a mechanizmus tudományos, elméleti vizsgálatát. Sem 1968-ban, sem 1970-ben nem lesz "végleges", "örökké jó" mechanizmusunk; azt megint csak tovább kell fejleszteni. Ahogy a tiz-tizenkét év előtti kutatások szellemi előfutárai voltak a mai reformnak, hasonlóképpen már most meg kell kezdeni - a tudományos kutatás szférájában - a 80-as, 90-es évek reformjainak előkészítését. Mint minden alapkutatásnál, ebben a vizsgálatban is nagyon hosszú, esetleg több évtized az az "átfutási idő", ami az alapkutatásban elért tudományos eredmény és a közvetlen gyakorlati hasznosítás között eltelhet.

Kutatásunkat, amelynek első lépéseiről e tanulmányban beszámolunk, ilyen értelemben elméleti alapkutatásnak tekintjük. Célja: a gazdasági rendszerek működésének jobb megismerése. Ez azt jelenti, hogy nem várható e kutatástól semmiféle közvetlen gyakorlati segítség a legközelebbi évek intézkedéseire. Ezt idejekorán le kell szögeznünk, nehogy illuziókat, tulzott várakozásokat keltsünk. Ugyanakkor mégis úgy gondoljuk: e munkára szükség van; olyan

hosszulejratu befektetésnek tekinthető, amely - reméljük - végülis hasznára válik majd a gazdasági mechanizmus továbbfejlődésének.^{x/}

2.2. Empirikus kutatás és hipotétikus helyzetek vizsgálata

Ha mármost közelebb lépünk a mechanizmussal kapcsolatos alapkutatások feladataihoz, két fő területet látunk. Az egyik fő terület annak vizsgálata, mi van, vagy mi volt. Itt az ismeretek forrása a közvetlen tapasztalat, a megfigyelés, a statisztikai adatok.

A magyar közgazdaságtudomány sokat haladt előre az eddigi - a mechanizmus-reform előtti - magyar gazdaság megfigyelésében, leírásában; bár még ebben a tekintetben sincs minden elvégezve. Folyamatosan meg kell majd figyelni az éppen átalakulásban lévő, reform alatti és utáni mechanizmust is. Emellett igen fontos lenne mélyrehatóbban tanulmányozni más országok gazdaságát. Kézenfekvő a többi szocialista ország gazdasági mechanizmusának vizsgálata, összehasonlítása. Ebben számíthatunk az ottani közgazdászok tudományos eredményeinek felhasználására is. Sokkal kevésbé nyilvánvaló, hogyan kellene vizsgálni a kapitalista országok gazdaságát. Nagyon sok az ezzel foglalkozó "tankönyv-

x/ Az elmondottakból következik, hogy saját kutatásunkat még a jövőbeni mechanizmus-kutatások körén belül is a viszonylag leghosszabb-lejratu munkák közé soroljuk. Nézetem szerint okvetlenül szükség lesz a miénk mellett más, gyakorlatiasabb vizsgálatokra is. Olyan kutatásokra, amelyek közvetlen segítséget adhatnak mondjuk már a 60-as évek végén, a 70-es évek elején az új mechanizmus folyamatos javításához.

szagu" mű; de rendkívül ritka az olyan életteli, reális empirikus leírás, mint amilyen most már szépszámmal készült a mi mechanizmusunkról. Az irodalom is hozzájárult ahhoz, hogy sok a naiv, sematikus elképzelés a piac "tökéletességéről", vagy ellenkezőleg, annak anarchiájáról; a kapitalista viszonyok közt folyó tervezés rendkívüli fejlettségéről vagy ellenkezőleg, használhatatlanságáról. Nagy szükség lenne - más szempontok szerint végzett kutatások mellett - egyebek közt annak elfogulatlan vizsgálatára is, mit kell valóban tanulnunk a kapitalista mechanizmusoktól; akár abban, hogy mit tegyünk, akár abban, hogy mit ne tegyünk.

Nevezzük összefoglalóan a kutatásnak ezt a területét a mechanizmus empirikus kutatásának.

A kutatás másik fő területe annak vizsgálata, hogy mi lesz; illetve mi lenne, ha a jelenlegi feltételeket, intézményeket, körülményeket megváltoztatnánk.

Meghatározott esetekben erre a kérdésre is felelhetünk empirikus alapon: ténylegesen végrehajtott gyakorlati kísérletek megfigyelésével. Jól ismert azonban, hogy a gazdasági életben csak rendkívül leszűkített kérdésekre adható megnyugtató válasz részleges kísérletek alapján.

Általánosabb, átfogóbb kérdésekre csak úgy felelhetnénk, ha "kísérletképpen" az egész gazdaságot átállítanánk. Ez azonban veszélyes formája a kísérletezésnek. Nem lehet egy-kétévenként általános reformokat végrehajtani, mert a pusztá átállás is nagy megrázkódtatásokkal és veszteségekkel jár. Emellett az egymást követő reformok hatása tulajdonképpen összehasonlíthatatlan, mert nem érvényesül a "ceteris paribus" elv. A különbségeket nemcsak a kísérlet keretében tudatosan változtatott intézmények okozhatják, hanem a külső körülmények változásai is.

A "mi lenne, ha..." kérdésre tehát lehetetlen másképpen szélesebb, átfogóbb választ adni, mint spekulatív uton. Nevezük a továbbiakban a kutatásnak ezt az irányát hipotetikus helyzetek vizsgálatának.

Saját kutatásunkat ebbe a második kategóriába soroljuk. Az első irányt, az empirikus kutatást önmagában is rendkívül fontosnak tartjuk, saját munkánk szempontjából azonban mintegy "segédtudománynak" tekintjük. Amíg az empirikus kutatás olyan szervezetlen állapotban van, mint jelenleg, esetleg kénytelenek leszünk egyik-másik problémában "önellátónak" lenni, s meghatározott empirikus vizsgálatokat magunk elvégezni. Ez azonban inkább csak szükségmegoldás; az empirikus kutatás tulajdonképpen nem tartozik a mi témánk "főprofiljába". Saját figyelmünket elsősorban a hipotetikus helyzetek vizsgálatára akarjuk összpontosítani.

2.3. "Átgondolás" és formális modell

Miután tisztáztuk, hogy kutatásunk fő feladata: hipotetikus helyzetek vizsgálata "spekulatív uton", fel kell tennünk a kérdést: hogyan megy végbe ez a "spekuláció".

Amikor egy gyakorlati gazdasági vezető javaslatot dolgoz ki egy új intézkedésre, s javaslatát lelkiismeretesen készíti elő, úgy igyekszik előzetesen alaposan és sokoldalúan átgondolni: milyen tényezők érvényesülnek majd ebben a helyzetben, amelyben az intézkedés megvalósul, ezek hogyan hatnak egymásra, mi lesz közös eredőjük stb. Végeredményben hasonlót tesz a matematikai közgazdász is, aki formális, matematikai modellel dolgozik, s azt vizsgálja, hogyan működne a gazdaság valamilyen elképzelt, a modellben leírt feltételek mellett.

Az első megközelítésmódot kb. a következőképpen szokták jellemezni azok, akik maguk is alkalmazzák: "Józan ésszel végiggondolva..."; vagy: "Logikai uton arra következtetünk, hogy...". Valójában, ha tüzetesebben vizsgáljuk az ilyesfajta gondolkodási folyamatot, akkor rendszerint azt tapasztaljuk, hogy a szigorú logika összefonódik sejtésekkel, "megérzésekkel", hallgatólagos, ki nem mondott, esetleg nem is tudatosodott feltevésekkel és asszociációkkal, intuícióval stb.

Indokolatlan lenne az ilyen gondolkodásmód valamiféle nagyképű lenézése a formális modellekkel dolgozók részéről. Ez a gondolkodási módszer gyakran nagy tapasztalaton, ismeretanyagban, sokoldalú, bonyolult összefüggések éles meglátásán alapul. Esetleg képes sokkal hamarabb és biztosabban rátapintani a lényegre, az igazságra, mint a formális modellek, a maguk szigorúságával - és az ezzel járó nehézkes kezeléssel, erős egyszerűsítésekkel.

Nevezzük a továbbiakban ezt a megközelítési módot a hipotétikus helyzetek heurisztikus-intuitív átgondolásának, vagy egyszerűen "átgondolásnak"; szembeállítva e fogalmat a hipotétikus helyzetek formális modellekkel történő vizsgálatával.

A formális modellel végzett elemzés elé a következő követelményeket szokás állítani:

1. A feltevések megadása. Pontosan tisztázzuk és deklaráljuk a feltevéseknek azt a rendszerét, amelyben elemzésünket végezzük. Meg kell követelni a feltevések összhangját, ellentmondásmentességét.^{x/}

x/ Ha egy formális modellel nyert következtetést a gyakorlatban hasznosítani akarunk, az válik a legfontosabb kérdéssé, vajon elfogadhatóak, "értelmesek", "jogosultak"-e a modell feltevései. Ez a kérdés azonban élesen elválk attól, vajon a következtetés igaz-e a modellen belül. Eppen ez a szigorú szétválasztás az exakt tárgyalásmód fő előnye: külön vizsgálható, mi igaz a modellen belül és külön vizsgálható az a kérdés, használható-e maga a modell.

2. A fogalmak exakt kezelése. A fogalmak egyrészét alapfogalomként kezeljük, azaz nem definiáljuk, csupán utalunk tapasztalati tartalmukra, s megadjuk a közöttük lévő relációkat a feltevések rendszerében. A fogalmak másik része levezetett fogalom, amelyeket definiálunk az alapfogalmak és a feltevések, valamint már korábban definiált fogalmak segítségével.

3. A megállapítások igazolása. A megállapításoknak - a feltevések adott rendszere mellett - tudományosan igazoltaknak kell lenniök. /Az igazolás módszereiről a későbbiekben még részletesebben szó lesz./

A fenti három követelményt kielégítő vizsgálatot a továbbiakban exakt vizsgálatnak nevezzük.

Ha mármost e három követelmény szempontjából megnézzük egy hipotétikus helyzet megközelítését "átgondolással" vagy formális modellel, úgy mindenekelőtt azt állapíthatjuk meg, hogy nincs közöttük éles és átléphetetlen határvonal. Minél fejlettebb, intellektuálisan magasabb színvonalu a heurisztikus-intuitív "átgondolás", annál inkább magában foglalja a fenti három követelmény teljesítésének, az exaktságnak az elemeit. A különbség e három követelmény kielégítésében mutatkozó következetesség fokában van. Meg kell persze mondanunk azt is: a matematikai közgazdaságtan kevés művéről mondható el, hogy maradéktalanul eleget tesz az exaktság követelményeinek. Legtöbb munkánkban elég gyakori a fogalmak laza kezelése, a formális tárgyalásmód szigorúságának keveredése intuitív elemekkel és így tovább.

Ezek után ismét előreléphetünk kutatásunk jellegének körülhatárolásában: arra törekszünk, hogy a gazdasági mechanizmus elemzésénél különböző hipotétikus helyzetek vizsgálatát a fenti három követelménynek megfelelő exakt módon, formális modellekkel végezzük.

Miután tisztáztuk az "átgondolás" és a formális modellekkel végzett vizsgálat viszonyát, szólnunk kell arról

is, miben nem tér el ez a kétféle megközelítés.

Az élőszóban vagy írásban alkalmazott "beszédnyelv" jelenti a valóság leírásának egyik nyelvét. /Itt most ne is térjünk ki arra, hogy többféle - magyar, orosz, angol stb. beszédnyelv van./ A matematika szimbólumrendszere, a formális modellekben alkalmazott jelölések egy másik fajta nyelvet alkotnak. Mindazt, amit egy gazdasági rendszer működéséről beszédnyelven - mégpedig jóldefiniált szavakkal, egyértelműen, véges számú szóval - elmondhatunk, azt leírhatjuk formálisan, matematikai szimbólumokkal is.

De tovább is mehetünk egy lépéssel. Van egy harmadik fajta nyelvcsalád is: az elektronikus gépek utasításrendszerei, a gépek programozására szolgáló "gépi nyelvek", valamint az un. algoritmikus nyelvek. /Itt most ismét eltekinthetünk attól, hogy a gyakorlatban többféle gépi nyelv, s ugyancsak többféle - Algol, Fortram stb. - algoritmikus nyelv van./ Tegyük fel, hogy ismereteink a gazdaságról nem csupán a működés általános jegyeire terjednek ki. Amennyiben képesek vagyunk beszédnyelven leírni, hogyan kerül meghatározásra a gazdaság változóinak értéke, nagysága, úgy a gazdaság működését megfogalmazhatjuk gépi nyelven is - azaz elkészíthetjük a működést leíró számológépi programot.

Az átmenet az egyik nyelvről /beszédnyelv/ a másikra /matematikai nyelv/ és a harmadikra /gépi nyelv/ biztosítható - ez kizárólag a verbális leírás egyértelműségétől és

konkrétságától függ.^{x/} Ez az állítás matematikusok, számológép-programozók szemében magátólértetődőnek tűnik, viszont sok közgazdász meghökken az olvasásakor. Reméljük, hogy a tanulmány további része hozzájárul majd a kételyek eloszlatásához. Anhoz azonban, hogy az ellenvetéseket, vagy azok egyrészét eleve leszereljük, néhány kiegészítő megjegyzést kell tennünk:

x/ A későbbi kutatás során esetleg megkíséreljük a fentiekben kifejtett, aláhuzott - egyenlőre inkább hipotézisnek minősíthető - gondolatokat formálisan is megfogalmazni és bizonyítani.

A fentiekkel rokon gondolatokra mutatott rá Neumann János [43] előadásában:

"...minden, amit kimerítően és egyértelműen szavakba lehet foglalni - alkalmas véges neurális hálózattal ipso facto realizálható is. Minthogy az állítás megfordítása nyilvánvaló, állithatjuk, hogy bármely reális vagy elképzelt, teljesen és egyértelműen szavakba foglalható viselkedési mód leírásának lehetősége és ugyanannak a véges formális neurális hálózattal való megvalósításának lehetősége között nincs különbség... Bármely típusu viselkedésnek ilyen hálózattal történő megvalósításánál csak akkor merül fel elvi nehézség, ha a viselkedést nem tudjuk teljes mértékben leírni." /86. old./

A fentiek értelmezéséhez tudni kell, hogy minden digitális számológép formális neurális hálózatnak tekinthető.

Neumann így folytatja: "Semmi kétség, hogy minden elképezhető viselkedési formának bármely fázisát szavakkal "teljesen és egyértelműen" le lehet írni. Ez a leírás esetleg hosszadalmas, de mindig lehetséges. Ezt tagadni annyit jelent, mint ragaszkodni a logikai miszticizmus egy formájához, ami bizonyára legtöbbször távol áll." Neumann azonban rámutat, milyen hallatlanul nehéz feladat egyetlen viselkedési forma egy-egy fázisa helyett egy egész szervezet, rendszer egész viselkedését leírni.

1. Csak az írható le formálisan, ill. csak az programozható gépre, ami előszóban is egyértelműen /és véges számú szóval/ írható le. Ami szavakban kétértelmű, pongyola, homályos, az nem formalizálható. A formalizálás feltétele tehát a fogalmi exaktság; a szavak, fogalmak értelmének korrekt definíciója, s az összefüggések alapos végiggondolása. Ahol nehézségbe ütközik a formalizálás, ott rendszerint valami tisztázatlan. Aki maga is foglalkozott már verbálisan korábban leírt "elméletek", elgondolások, sejtések formalizálásával, az saját tapasztalatából tudja: akkor ütközött a matematikai modellezés "ellenállásába", ahol valami zavar volt a saját gondolataiban. Végeredményben a formalizálás elvi lehetőségének hangsúlyozásával nem szeretném azt az illúziót kelteni, mintha ez könnyű munka lenne. E feladat roppant nehéznek ígérkezik, éppen a verbális leírások zömének nem-exakt, nem-egyértelmű jellege miatt.

2. A formalizálhatóság elvétől szigorúan el kell választani azt a kérdést, hogy valamilyen összefüggést melyik nyelven legkényelmesebb leírni. Gyakran tapasztaljuk, hogy némely összefüggést, amelyet élő nyelven néhány szóval körülírhatunk, nagyon bonyolult és nehézkes formalizálni. Más esetekben a fordítottját látjuk: néhány szimbólummal tömören felírható összefüggés elmagyarázásához az élő nyelv szavainak tucatjait vagy százait kell igénybevevünk. A matematika és a számológép "nyelve" közt is lehetnek ilyen aránytalanságok: egy matematikai műveletet rendkívül röviden leírhatunk a matematika konvencionális szimbólumaival, miközben hosszadalmas "megmagyaráznunk" a gép számára.

3. A gyakorlatban kitűnhet, hogy nagyszámú változó közti bonyolult összefüggések leírása azért nem programozható számológépre, mert a gép memóriakapacitása korlátozott, működése túl lassu stb. Ez gyakorlatilag akadályozhatja, hogy pl. gazdasági rendszerek működését jól model-

lezzük egy számológépen; egyszerűsítésekre, aggregációra kényszerülünk. Itt azonban nem azt a kérdést firtatjuk, hogyan viszonylik a modell a valósághoz, hanem azt: hogyan viszonylik egymáshoz az összefüggések leírása az élő nyelv és a gépi nyelv, a számológép segítségével. Nagyszámu változó bonyolult összefüggéseit verbálisan rendszerint sokkal kevésbé tudjuk leírni, mint akár egy közepes számológép segítségével. Látnunk kell tehát, hogy itt a formalizálásnak, majd gépi realizálásnak praktikus és nem elvi nehézségéről van szó. Egy számológép külső memóriája gyakorlatilag tetőzölegesen nagy lehet; a sebesség kérdése pedig érdektelen, ha van elég időnk /és pénzünk/ a számolást kivárni.

Miután tisztáztuk, hogy a módszertani különbség pusztán "átgondolás" és exakt modellezés között nem abban áll, hogy az egyik verbális, a másik formális, még egy másik ugyancsak negatív megállapítást kell tennünk:

Nem az a különbség az "átgondolás" és a modellezés között, hogy az utóbbival csak mennyiségi összefüggések vizsgálhatók, míg előbbivel minőségiek is.

Elégé elterjedt nézet a nem-matematikai közgazdászok között, hogy a matematika /vagy legalábbis a közgazdasági célokra felhasználható matematika/ csupán mennyiségekkel operálhat. Kissé mi, matematikai közgazdászok is hibásak vagyunk ebben. Még az olyan elnevezések is, mint "ökonometria", "kvantitatív módszerek" némileg félre-orientálhattak ebben a tekintetben. De nem is csak a kifejezésekről van szó, hanem munkánk tartalmáról. Ebben kétségkívül egyoldalúan előtérben állt a számszerű, mérhető nagyságok vizsgálata. Ez az egyoldalúság nagyon is érthető - és egészséges - ellenhatás volt olyan művekre, amelyek szolid számolás, mérés, megfigyelés helyett áltudományos frázisokkal dobálódtak. Mégis, végeredményben tulságosan szűknek mutattuk a matematika alkalmazásának lehetőségeit.

A mai matematika már korántsem csupán a mennyiségek tudománya. A matematikának olyan ágai, mint pl. a matematikai logika, a halmazelmélet, a gráfelmélet stb. alkalmas "minőségi összefüggések" formális leírására és elemzésére. Nem szeretnék ezen a helyen részletesen kitérni a "mennyiség" és "minőség" fogalmának ismeretelméleti taglalására, ez túl messzire vezetne. Ehelyett inkább a következőket célszerű leszögezni:

Ha az elméleti, vagy gyakorlati közgazdász egy összefüggést "minőségi" összefüggésnek tart, de képes ezt az összefüggést egyértelműen definiálni, véges számú szó segítségével egyértelműen leírni - úgy a modellező képes ezt az összefüggést formalizálni.^{x/} A tanulmány későbbi része illusztrálja majd ezt az állítást.

Végereedményben elmondhatjuk a következőket:

A heurisztikus-intuitív "átgondolás" és a formális modellekkel végzett exakt vizsgálat kölcsönösen nem pótolja egymást. Az előbbi - legalábbis a tudomány mai állapotában - többnyire gyorsabb, hamarabb jut el gyakorlati intézkedések, döntések előkészítéséhez. Itt, az elmondottak fényében, megismételhetem azt a gondolatot, amelyet már a 2.1. szakasz előlegezett: nagy hiba lenne addig várni a reformokkal, amíg azok exakt módon, formális modellekkel megalapozhatók. De nem is csak a sürgető gyakorlati intézkedésekről van szó. Ezen túlmenően az "átgondolás" szükséges a szorosabban vett kutatómunkában, a modellek megszerkesztésekor és a következtetések értékelésekor is, a formális elemzés és a valóság, a mindennapos tapasztalat szembesítésére.

x/ A "minőség" matematikai értelmezéséről lásd Szép Jenő [53] "Analízis" c. könyvét. /496-500.old./

Ha azonban hangsúlyozzuk is az "átgondolás" jelentőségét, legalább ennyire hangsúlyoznunk kell a dolog másik oldalát: kizárólag az exakt vizsgálat, s ennek érdekében a formális modellek alkalmazása viheti át maradéktalanul a "mi lenne, ha..." kérdések megválaszolását az óhajok, szimpátiák és antipátiák szférájából a tudományosan igazolt megállapítások szférájába.

2.4. Konkrét predikciók és általános megállapítások

Szüksük le most már a tárgyalást a formális modellek alkalmazására.

A formális modellt, mint mondtuk, hipotétikus helyzetek vizsgálatára kívánjuk használni. Ugy is szokták ezt kifejezni: a modellt "predikcióra" használjuk. E predikció nem okvetlenül a reális jövőre vonatkozó "jóslás", hanem annak előrebecslése, hogyan alakulnak a vizsgált folyamatok, események, jelenségek a modell szerint feltételezett helyzetben. A predikció hatókörét, "konkrétságát" illetően két fő kategóriát különböztetünk meg:

A/ A modell segítségével azt akarjuk megállapítani, hogy egy adott, konkrétan jellemzett /rendszerint számszerűen is leírt/ helyzetben mi fog történni.

B/ A modell segítségével azt akarjuk megállapítani, hogy mi lesz a közös, a "szabályszerű", a "tipikus" olyan hipotétikus helyzetek egész sorában, amely helyzetek ugyan nem tökéletesen azonosak egymással, de van közöttük valamilyen jellemző hasonlatosság, rokonság.

Tegyük fel, hogy statisztikai úton meghatároztuk a magyar lakosságnak a ruházati cikkek iránti keresletét, a jö-

vedelem függvényében. Ez a fogyasztói kereslet egy formális modellje. Utána e modell segítségével azt mondjuk: ha a jövedelem mondjuk ennyivel és ennyivel nő, úgy a ruházati cikkek iránti kereslet annyival és annyival fog emelkedni. Itt tehát az A/ kategóriával van dolgunk: a formális modellel végzett vizsgálat eredménye egy konkrét predikció; jelen esetben egyetlen szám. Persze, nem kötelező, hogy egyetlen számhoz jussunk; lehet - a példát folytatva - olyan fogyasztási modellünk, amelynek segítségével mondjuk árufőcsoportonként, s a lakosság rétegei szerint bontva kapunk keresleti előrebecsléseket, soktucat, vagy sokszáz számot.

Lássunk ezekután egy másik példát. Megállapítjuk, hogy exaktan leírt feltevések mellett a racionális kamatláb egybeesik a népgazdaság nemzeti jövedelme növekedésének ütemével. A vizsgálat eredményeképpen nem kaptunk egyetlen számot sem, hanem egy megállapítást, egy tételt. A megállapítás egy lényeges összefüggést fejez ki a modell két eleme között; ennek az összefüggésnek az igaz, helytálló voltát képesek vagyunk - az adott modell feltevései mellett - bizonyítani. Itt a B/ kategóriával van dolgunk.

Minden modell egyfajta "predikció-gyártó gépezet". Az A/ kategóriában e gépezet "terméke" egy vagy több szám; a B/ kategóriában a gépezet "terméke" egy vagy több megállapítás, tétel. Az A/ kategóriában olyan predikciót adunk, amely csak egyetlen helyzetben igaz; a B/ kategóriában olyan predikciót, amely sok /egymással rokon/ helyzetben igaz.

Nem okvetlenül szükséges más modell ahhoz, hogy A/ vagy B/ kategóriájú predikcióhoz jussunk. Így pl. egy lineáris programozási modellel előállítható egy A/ kategóriájú predikció: egy sokszáz, vagy sokezer számból álló terv, amelyről bizonyítható: optimális, ha a modell feltevései,

valamint a modellbe behelyettesített számok helyesen írják le a helyzetet. Ugyanakkor lineáris programozási modellel előállítható B/ kategóriájú predikció: pl. az az általános érvényű megállapítás, hogy lineáris ráfordítási-kibocsátási függvények és egy optimalizálandó lineáris függvény léte esetén minden nem-optimális tevékenység, optimális árnyékarakon értékelve, veszteséges.

Ebből is látható, hogy az A/ és a B/ kategóriába tartozó vizsgálat között rendszerint nincs áthatolhatatlan fal, nincsen éles határvonal. Inkább az egyediség és az általánosság eltérő fokozatairól van szó. Mégis, a legtöbb matematikai-közgazdasági tanulmány elég egyértelműen besorolható vagy az A/, vagy a B/ kategóriába.

Nevezzük a továbbiakban az A/ kategóriájú vizsgálat eredményét konkrét predikciónak, a B/ kategóriájú vizsgálat eredményét pedig általános predikciónak, vagy megállapításnak.

Saját kutatásunk a B/ kategóriába tartozik: célunk általános megállapításokhoz eljutni. Vizsgálatainkat akkor tekintjük majd eredményesnek, ha pl. ilyesfajta megállapításokhoz jutunk: "Ilyen és ilyen mechanizmus mellett a gazdaság növekedése egyenletes, amolyan mechanizmus mellett hullámzó." Vagy: "Ilyen és ilyen típusu árrendszer mellett a gazdasági egyensúly stabilabb, mint amolyan árrendszer mellett" és így tovább. Viszont nem teszünk javaslatot arra, mi legyen a szén ára, vagy milyen számszerű arányban oszolják a nemzeti jövedelem felhalmozásra és fogyasztásra.

2.5. A megállapítások igazolásának utjai

Valamely megállapítás helytálló volta egy formális modellen belül kétféle uton igazolható.

Az egyik ut: a deduktív bizonyítás. Ilyenkor a modellen alkalmazott alapfogalmakból és feltevésekből kiindulva kizárólag logikai uton igazoljuk a megállapítás helyességét. Az a tény, hogy itt egy közgazdasági megállapításról van szó, csak a megállapítás tartalmából tűnik ki; a bizonyítási eljárással szemben támasztott követelmények teljesen azonosak azokkal, amelyeket egy matematikai tétel bizonyításával szemben állítunk fel.

A bizonyítás ilyenkor szigorú; a bizonyítás egyes lépéseinek ellenőrzésével egyértelműen ellenőrizhető, vajon a megállapítás valóban igaz-e vagy téves.

A matematikai közgazdaságtan számos művelője - s köztük éppen a legkiemelkedőbbek - arra törekedtek, hogy megállapításaikat deduktív uton bizonyítsák. Tulajdonképpen elég kevés deduktíve valóban bizonyított, s ugyanakkor közgazdasági szempontból figyelmet érdemlő megállapítás található az irodalomban. Leginkább a Neumann-féle növekedési modellre, az Arrow-Debreu-féle egyensúlyi modellre és a matematikai programozási modellekre épülő megállapítások nem túlságosan népes családjait érdemes megemlítenünk.

A közgazdasági megállapítások deduktív bizonyításával azonban a következő súlyos nehézség adódik:

Magának a modellnek, a modell feltevéseinek bizonyos "kellemes", "kényelmes" tulajdonságokkal kell rendelkezniök, hogy - belőlük kiindulva - a kutató egyáltalán képes legyen bizonyítani. A modellnek "jól kezelhetőnek" kell lennie.

Szándékosan használok ilyen általános körülírást: "kellemes", "kényelmes", "jól kezelhető", mert itt nagyon

viszonylagos fogalmakról van szó. Minél fejlettebb lesz a matematika, s minél jobb matematikusok a modellek alkotói, annál több "kényelmetlenséget" vállalhat a modell. Így pl. Debreu az 50-es években hasonló modellel dolgozott, mint Walras mintegy nyolcvan évvel előbb.^{x/} Walras-nak azonban nem sikerült szigorú bizonyítást adnia olyan megállapításokra, amelyekre Debreu-nak sikerült. Ez azzal függ össze, hogy Walras kora óta sokat fejlődött a konvex halmazok matematikai elmélete; ezen túlmenően Debreu matematikailag alaposabban képzett, mint amilyen Walras volt. De Debreu is kénytelen volt ragaszkodni modelljének bizonyos "kellemes" tulajdonságaihoz: ahhoz, hogy konvex halmazokkal dolgozzék; hogy determinisztikus /a véletlentől nem függő/ folyamatokat írjon le; hogy a modelljében szereplő fogyasztó teljes preferenciarendszerrel rendelkezzen stb.

Aki maga is már megkísérelt modellt szerkeszteni az az elgondolással, hogy a modell keretében deduktív úton bizonyított megállapításokhoz jusson, az jól tudja: nincsen olyan egyértelmű időrendi, vagy logikai sorrend, amely szerint előbb megszerkesztjük a modellt, utána pedig elkezdünk gondolkodni, hogy abból milyen megállapítás "jön ki". A kutató fejében egyidőben ott van - pontosabb, vagy homályosabb formában - egész sor elképzelés mind a feltevésekről, mind a megállapításokról. Ilyenkor nemcsak a megállapítást "vezeti le" a feltevésből, hanem megfordított úton is jár: keres valamilyen a priori megállapításhoz olyan feltevéseket, amelyek mellett a megállapítás igaz volta bizonyítható. Mármost a matematika mai állapota /és a közgazdászok mai matematikai ismerete/ mellett a modell valóságtartalma gyakran áldozatául esik annak a törekvésnek, hogy deduktíve bizonyítható megállapításokhoz akarunk eljutni.

x/ Lásd elsősorban G. Debreu [10] könyvét.

Igy azután furcsa kettősség alakul ki. Egyfelől minden közgazdász /a matematikai közgazdász is/ pontosan tudja: a gazdaságra nagymértékben hat a véletlen; számos területen növekvő hozadék van; a gazdasági folyamatokban vannak ugrások, szakadások, oszthatatlanságok és így tovább. Másfelől: a deduktív bizonyításokkal operáló matematikai modellek rendszerint nem-sztochasztikusak; nem-növekvő hozadékot feltételeznek; a változók rendszerint folytonosak stb.

Nem azért van ez, mert a matematikai közgazdászok egytől-egyig tisztességtelenek, s be akarják csapni a világot. /Bár nyilván ilyen is akad közöttük./ Nem is okvetlenül azért, mert politikai szempontból látják ferdén a világot. /Érdemes megfigyelni, hogy homlokegyenest ellenkező politikai nézetű matematikai közgazdászok egyaránt kerülnek a növekvő hozadékot feltételező modelleket.../ Az igazság az, hogy itt a matematikai közgazdász foglya saját "technikájának"; saját tudományos apparátusa elégtelenségének.

A közgazdászok várakozásai megoszlanak annak megítélésében, milyen eredményekre számíthatunk a jövőben a deduktív módszerrel végzett kutatások alapján. Kétségtelen azonban, hogy kitűnően képzett, tehetséges kutatók egész serege dolgozik ebben az irányban, s lehetséges, hogy a jövőben az eddigieknél használhatóbb eredmények születnek majd. Remélhető, hogy a közgazdaságtudomány kérdésfeltevései előrelendítik a matematikát is. Emellett persze nincsen kizárva az sem, hogy a matematika mai eszközeivel is jobb modellek alapján jussunk el használhatóbb megállapításokhoz. De ha a "deduktív irány" szükségességét, fontosságát alá is huzzuk, keresnünk kell más utakat is.

Mód van arra, hogy megállapítások helyességét igazoljuk kísérleti, szimulációs módszerrel. E módszer lényege a következő:

Adva van egy matematikai modellünk, amely egy rendszer működését írja le. A modellt számológépre programozzuk. Ahhoz, hogy a modell a gépen "életre keljen", paramétereinek számszerű értékeket kell adnunk. Tegyük fel, hogy mondjuk ötven adatot kell a gépbe betáplálnunk a számítás elindításához: pl. a gazdasági rendszer kezdő készleteit, technológiai koefficienseit, a gazdasági rendszer cselekvő szereplőinek viselkedését leíró függvények paramétereit stb. E paraméterekre vonatkozóan nincsenek biztos információink, de vannak megközelítő becslések: pl. ismerjük azt az intervallumot, amelyen belül elhelyezkednek stb. Mármost a következőket tesszük:

A kezdő számokat véletlenszerűen választjuk meg, ügyelve azonban arra, hogy megfeleljenek a rájuk vonatkozó közelítő becsléseknek, pl. benne legyenek a rájuk jellemző intervallumokban. Nevezzük ezt az ötven számból álló adategyüttest, amellyel az első számítást végezzük, N_1 -nek. Utána ismét véletlenszerűen megállapítunk egy-egy N_2 , N_3 stb. adategyüttest is. Mindegyik legyen "reális", kb. feleljen meg a tapasztalati megfigyeléseknek, de ugyanakkor - véletlenszerűen - térjen el egymástól.

Mindegyik adategyüttestel elvégezzük a modell szerinti számításokat, s feljegyezzük, majd összehasonlítjuk valamennyi eredményt. Mivel a betáplált adatok eltértek, nyilván eltérnek majd egymástól az eredmények is. Megállapítható azonban az is, hogy az egymás után, egymástól függetlenül végzett számítások eredményei mutatnak-e jellegzetes közös vonásokat, szabályosságokat, tendenciákat.

A legtöbb esetben nem jutunk determinisztikus jellegű megállapításokhoz, csupán tendenciák, sztochasztikus szabályszerűségek megfigyeléséhez. Pl. kitűnik, hogy a "P-típusú mechanizmus" 100 eset közül 76-ban az egyensúly periodikus megbomlásához vezetett, míg a "Q-típusú mechaniz-

mus" 100 eset közül csak 47-ben vezetett ilyen egyensuly-zavarhoz.

Egy-egy számítás egy-egy kísérletnek minősül. Egyetlen kísérletből nem vonható le semmiféle következtetés. Viszont a kísérletek megfelelően megszervezett sorozatából - matematikai-statisztikai módszerekkel - már levonhatunk következtetéseket. Nem mondható meg előre, hány kísérletre van szükség ahhoz, hogy valamilyen megállapítást igazoltnak tekintsünk. Ez mindig attól függ, mennyire egyöntetűek vagy eltérők a megfigyelt eredmények. Ismeretesek a matematikai-statisztika különböző próbái annak vizsgálatára, hogy egy kísérletsorozatból milyen biztonsággal következtethetünk. A matematikai statisztika kimerítően foglalkozik a kísérletek megszervezésének és értékelésének metodológiájával - mindez értelemszerűen alkalmazható a számológépen végzett kísérletekre is.

Hasonlóképpen tanulságos a gazdasági rendszer viselkedését jellemző egyes paraméterek módszeres változtatása számításról-számításra, kísérletről-kísérletre. Ilyenkor azt figyeljük meg, hogyan változtatja viselkedését a gazdasági rendszer egy-egy jellemző paraméter módosításának hatására; hogyan reagál egy-egy lényeges "ingerre", "impulzusra", hatásra. A módszeresen változtatott paraméter egy-egy meghatározott értéke mellett rendszerint célszerű nem egyetlen számítást végezni, hanem többet /többféle, véletlenszerűen választott kezdő szám-együttessel/, hogy több tapasztalat alapján következtethessünk a paraméter módosításának reakciójára.

Az elmondottak alapján világos az eltérés a deduktív módon történő bizonyítástól. Mindkét megközelítésnél valamilyen közgazdasági megállapítás helytálló voltát akarjuk igazolni. Az első esetben a matematika logikai bizonyítási eljárását vesszük át, a második esetben a kísérleti termé-

szettudományok statisztikai következtetési eljárását.

A különbség a természettudományos kísérletezéssel szemben: nem a vizsgálat valóságos tárgyával kísérletezünk, hanem csupán annak modelljével. Tulajdonképpen a természettudományban nem ismeretlen ez. Az orvosi tudományok kutatója bizonyos kísérleteket ténylegesen embereken végez el. Ezt azonban sok esetben kénytelen pótolni az ember "modelljével" - időnként olyan "rossz", "nem-hasonlító" modellel, mint mondjuk kutyák vagy fehér egerek. Ez történik a mi szimulációs kísérleteink esetében is: kísérletezünk, de nem a valóságos gazdasággal, hanem annak számológépi modelljével.^{x/}

Foglaljuk össze: mi a hátránya és mi az előnye annak, ha egy közgazdasági megállapítást kísérleti, szimulációs módszerrel igazolunk, a deduktív bizonyítással szemben?

Először: szimuláció esetében nem beszélhetünk bizonyításról, a szó logikai értelmében. Nem mondhatjuk meg, hogy egy állítás egyszerűen igaz-e vagy hamis, csupán megadhatunk hozzá különböző sztochasztikus jellemzőket. /Pl. a megfigyelt szabályosság valószínűségi eloszlását, a rendszer jellemzői közötti összefüggés szorosságát leíró statisztikai mutatószámokat stb./

Másodszor: a deduktív bizonyítás "olcsó", a kísérleti, szimulációs igazolás "drága". Előbbihez csak ceruza és papír kell, utóbbihoz számológépen végzett kísérleti számítások százai és százai.

E két hátránnyal szembenáll egy lemérhetetlen előny: gyakorlatilag semmiféle igényt sem kell támasztani a modell

x/ Sajnos, a legaprólékosabb szimulációs rendszer is rosszabb modellje a valóságos gazdaságnak, mint amilyen modellje az egér vagy a kutya az embernek.

"kezelhetősége" iránt. A matematikai közgazdász, aki a deduktív eljárásról szimulációs modell alkalmazására tér át, úgy érzi, mint aki "megszabadult láncaitól". A szó szoros értelmében bármit modellezhet. Nem kell többé aggódva gondolni arra: ha most nem alkalmazom ezt és ezt a kellemtelen, irreális feltevést, képtelen leszek bármit is bizonyítani. Ehelyett a modell megszerkesztésekor kizárólag azt kell szem előtt tartanunk: hogyan írhatnánk le jobban a valóságot. Az egyedüli /persze nagyon lényeges/ gyakorlati korlát: a számológép memóriája, amelybe a gépi programnak és az adatoknak be kell férniök.

Az elmondottakból kitűnik: mind a deduktív eljárásnak, mind a kísérleti, szimulációs eljárásnak vannak előnyei és hátrányai. Egyik sem teszi feleslegessé a másikat, mindkettőnek megvan a maga hivatása a társadalomtudományi kutatásban. Mi azonban saját kutatásunkban a szimulációs módszerre kívánjuk fektetni a hangsúlyt.^{x/}

2.6. A kutatás irányának összefoglaló jellemzése

Foglaljuk össze a 2.1.-2.5. szakaszban mondottakat. Kutatásunk iránya következőképpen jellemezhető:

— Kutatásunk hosszulejárata, elméleti alapkutatás. Nem ígérhetünk azonnali - pl. már a jelenlegi mechanizmus-reformban közvetlenül hasznosítható - gyakorlati eredményeket.

x/ Lehetséges természetesen, hogy a szimulációs módszerrel végzett kutatás rávilágít olyan összefüggésekre, amelyekkel kapcsolatban deduktív úton is bizonyíthatók megállapítások. Ez azonban legfeljebb kutatásunk "mellékterméke" lesz; ilyen megállapítások kutatását nem tekintjük feladatunknak.

-- Nem a jelenleg valóban létező vagy a múltban létezett mechanizmusok empirikus leírását tekintjük feladatulknak, hanem potenciálisan létező, hipotétikus mechanizmusokat elemzünk. /"Mi lenne, ha..."/

-- A hipotétikus helyzeteket nem pusztán "átgondolással", hanem formális modellekkel vizsgáljuk.

-- Nem számszerű ajánlásokat akarunk kidolgozni, hanem a modellek segítségével általánosabb érvényű megállapításokat akarunk tenni.

-- A megállapításokat általában nem deduktíve bizonyítjuk, hanem szimulációs módszerrel, elektronikus számológépen végzett kísérleti számítások sorozatának statisztikai értékelésével.

3. Szimulációs modelleink közös ismertetőjegyei - Első ismerkedés

3.1. Az első ismerkedés célja

Amint az előző fejezetből kitűnt: nem egyetlen modellel kívánunk dolgozni, hanem hosszú kísérletsorozatokat szeretnénk folytatni; modellek egész sorát akarjuk megalkotni. E modellek, eltérő tulajdonságaik ellenére, rokonságban lesznek egymással, valamennyien tagjai egy nagy modell-"családnak".

E modell-család általános leírása a tanulmány II. részében következik, mégpedig formálisan, matematikai jelölések alkalmazásával. Ott a tárgyalás tömörsége, s logikai sorrendjére fogunk törekedni. Mielőtt azonban erre sor kerülne, szeretnénk néhány gondolatot mintegy "megelőlegezni". Erre szolgál a most soronkövetkező fejezet.

Ebben a fejezetben, még nem adunk pontos definíciókat; a fogalmakat főképpen példákkal, vagy hasonlatokkal írjuk körül. Nem is vezetünk be minden szükséges új fogalmat, csupán néhány különösen fontosat. A tárgyalás módja vázlatos; nem törekszünk exaktságra. A cél kizárólag az, hogy mire az olvasó a II. részhez ér, már egy kissé megbarátkozott elgondolásainkkal; már némi előzetes asszociációi fűződnek egy-két új fogalomhoz.

Ebből következik, hogy e fejezet elolvasása nem "kötelező"; a tanulmány további része érthető enélkül is. Ugy hiszem azonban, hogy a II. rész sok absztrakciója kevesebb nehézséget okoz majd annak, aki a jelen 3. fejezetet is átnézte.

3.2. A vizsgálat tárgya

Egy-egy szimulációs vizsgálat szűkebb tárgya: a "gazdaság". A "gazdaság" lehet egy egész ország gazdasága, vagy annak jól körülhatárolt része, pl. egy ágazat, vagy egy több vállalatból álló tröszt. Lehet esetleg több ország társulása, pl. a KGST.

Természetes, hogy főképpen szocialista gazdaságokat kívánunk modellezni: akár ténylegesen létező szocialista gazdaságot, akár valamilyen elképzelt, hipotétikus szocialista gazdaságot. Nem zárjuk ki azonban a kísérletek sorából nem-szocialista /főképpen kapitalista/ gazdaságok modellezését sem. A "gazdaság" fogalma tehát általános; mindaddig, amíg tovább nem specifikáljuk, magában foglalhat minden társadalmi-gazdasági formációhoz tartozó gazdaságot.

Bármit válasszunk is a vizsgálat szűkebb tárgyául szolgáló gazdaságnak, akárhogy határoljuk is körül, a világ egyrésze mindig kívül reked. Még szélsőséges esetben is, ha a vizsgált "gazdaság" magában foglalja az egész világ-gazdaságot, akkor is ezen kívül van a természet, a gazdaságot körülvevő környezet. A vizsgálat szűkebb tárgyán kívüleső környezetet "külvilágnak" fogjuk nevezni.

Átfogó fogalomként használjuk a "rendszer" kifejezést. A rendszer = gazdaság + külvilág.

Mint látjuk, a "rendszer" kifejezést nem a politikai irodalom szóhasználatának, hanem inkább a műszaki tudományok vagy a kibernetika szóhasználatának megfelelően értelmezzük. Minden egyes szimulációs modell egy-egy "rendszer" szimulál. Ha ezek valamilyen fontos összetevőjükben eltérnek egymástól, úgy azt mondjuk: eltérő "rendszereket" írunk le, még akkor is, ha történetesen egyaránt kapitalista, vagy egyaránt szocialista gazdaságokat reprezentálnak.

3.3. A gazdaság sejtje: az egység

Valamennyi modellünkben a gazdaság elemi összetevője, sejtje: az "egység". Az egység az esetek nagyobb részében valamilyen kollektívát, a társadalom egy ténylegesen létező /vagy létező, potenciálisan létező/ intézményét képviseli. Így pl. egység lehet egy termelő vállalat, egy háztartás, egy társadalmi osztály vagy réteg, az Országos Árhivatal, az Országos Anyaghivatal, a villamosenergiaipari igazgatóság, a minisztertanács és így tovább.

Ezek "perszonális egységek", azaz reprezentánsai egy tényleges társadalmi csoportosulásnak, amelynek "személyes" megfelelője megtalálható a társadalomban /vagy ha nincsen, hát megteremthető, mint az Országos Anyaghivatal esetében/.

Emellett modelleinkben szerepelhetnek "imperszonális egységek" is, pl. a gabonapiac, a valutapiac, a tervekkoordinációs processzus stb. Ezek a személytelen egységek nem egy "igazi" társadalmi csoportot, intézményt képviselnek, hanem valamilyen jellegzetes társadalmi folyamatot.

Kézenfekvő egy ellenvélemény a fentiekkel szemben: a társadalom, a gazdaság igazi elemi sejtje az egyes ember, az individuum. Tulajdonképpen minden társadalmi cselekvés egyes emberek cselekvéséből tevődik össze. Mi azonban modelleinkben rendszerint nem mehetünk ennyire mélyre. Kénytelenek vagyunk aggregálni: az egység vagy sok ember együtteséből álló kollektíva /pl. egy vállalat/, vagy sok ember együttes cselekvése /pl. egy piaci processzus/. A vizsgálat konkrét tárgyától függ, hogy a modell specifikálásakor milyen egységekre bontjuk a gazdaságot; melyek azok a jellegzetes csoportok, ill. kollektív folyamatok, amelyek viselkedését és kölcsönhatását le akarjuk írni.

Mi a közös tartalma eszerint ennek a fogalomnak: "egység"? Mi a legkülönbözőbb egységek közös jellemzője?

Minden egyes egységet ugynevezett "fekete dobozként", "black box"-ként kezelünk. Ez azt jelenti, hogy megadjuk: melyek jellemző "inputjaik" és "outputjaik", s leírjuk, hogy különböző inputokra milyen outputokkal "válaszolnak".^{x/} Nem vizsgáljuk, mi zajlik a "fekete dobozon" belül; miért éppen így és nem másképp válaszol egy inputra a doboz. Csak az a lényeges, hogy leírassuk: az inputra, a bemenő jelre mi a válasz, az output, a kimenő jel.

Most három fogalommal kerültünk szembe: az "input", az "output" és a "válasz" fogalmával. Egyelőre ezekkel kell megismerkednünk.

3.4. Egy egyszerű válaszfüggvény: a jelzőlámpa és a gyalogos

Tekintsük egységnek, "black box"-nak az utcán közlekedő gyalogost, mégpedig egy jelzőlámpás utcakereszteződésnél, ahol át akar menni az utca másik oldalára.

Az egység fő inputja: a lámpajelzés. Az input háromféle diszkrét állapotot vehet fel: "piros", "sárga" vagy "zöld". A tárgyalás egyszerűsítésére hagyjuk el a közbeeső sárga jelet, s tekintsük a továbbiakban kizárólag a piros és "zöld" jelzést.

Az egység outputja kétféle cselekvés: "várás" és "át-haladás".

x/ A "black box" fogalmát a következőképpen szokták érteni:

Adva van egy berendezés, mondjuk egy elektromos hangszóró. A berendezés inputja: elektromos impulzusok; outputja: különböző magasságú, erősségű, színű hangok. Az elektroakusztikai szakember tudja, mi zajlik le a berendezésben, hogyan alakul át az elektromos impulzus hanggá. Bizonyos vizsgálatok szempontjából azonban ez közömbös; nem kell belenézni a berendezésbe, annak belseje "sötét" maradhat számunkra. Kizárólag a bemenő és a kimenő jelek megfelelésének van jelentősége ebben a vizsgálatban.

Mármost meghatározott összefüggés van az input és az output között. Ha az input piros, az output várás; ha az input zöld, az output áthaladás.

Az inputoknak és az outputoknak ezt a kölcsönös és egyértelmű megfeleltetését nevezzük az egység - jelen esetben a gyalogos - "válaszfüggvényének". A gyalogos akciója függvénye a jelzőlámpa jelzésének.

Az olvasó itt talán fennakad és megkérdezi: nem erőltetett-e "függvényről" beszélni? Ez az olvasó esetleg már foglalkozott matematikai-közgazdasági modellekkel, s készséggel elhiszi, hogy pl. az $Y = A K^\alpha L^{1-\alpha}$ Cobb-Douglas-függvényről joggal mondhatjuk: ez valóban függvény. Dehát a gyalogos magatartása?

Noha a példa persze illusztratív jellegű, mi a továbbiakban a gyalogos válaszfüggvényéhez hasonló széles értelemben használjuk a függvény fogalmát. Ez teljesen megfelel a matematikában használatos általános függvény fogalomnak,^{x/} amely két halmaz elemei közötti egyértelmű hozzárendelést, leképezést, megfeleltetést ért ezen. Példánkban az egyik halmaz /az "alaphalmaz"/ elemei a piros és a zöld, a másik halmaz /a "képhalmaz"/ elemei a várás és az áthaladás. Ezek között áll fenn egyértelmű megfeleltetés.

Ez egyuttal illusztrálja azt a gondolatot is, amelyet már a 2.3. szakaszban érintettünk: nem szükséges, hogy modellünk okvetlenül mennyiségekkel foglalkozzék s ezzel együtt függvényeink mennyiségi kapcsolatokat irjanak le. A "piros" és a "zöld" kétféle "minőség", kétféle állapot. Hasonlóképpen a "várás" vagy "áthaladás" is kétféle "minőség", kétféle állapot.

Mindezideig idealizáltuk a gyalogos viselkedését. Az igazság az, hogy számos gyalogos időnként megkockáztatja

x/ Lásd pl. Kalmár László [19], 7. és 9. old., Szép Jenő [53], 21-22. old.

az áthaladást a piros lámpa ellenére. Milyen tényezők befolyásolják ezt a lépést?

1. Milyen nagy a forgalom? Ha nincs jármű a közelben, nagyobb a kísértés, mintha sűrűn haladnak az uttesten az autók és autóbuszok.

2. Az előbbi tényező bizonyosfokig függ attól, mikor van a gyalogos a szóbanforgó utcánál? Hajnali 5-kor vagy este 9-kor kicsi a forgalom, reggel 7-8 óra felé vagy délután 5 körül nagy.

3. Van-e rendőr a közelben? Ha az uttest másik oldalán ott áll, a gyalogos jobban meggondolja magát.

4. Befolyást gyakorol a gyalogos viselkedésére multbeli tapasztalata. A kisgyerekekbe még kevésbé rögződtek be a szabályok, mint a felnőttekbe. Jobban törődik a közlekedési szabályokkal az, akit már ért baleset /vagy akit tegnap birságolt meg a rendőr/, mint akit még sohasem ért hasonló kellemetlenség.

5. Végül befolyást gyakorolnak véletlen tényezők, pl. éppen most szidta meg a gyalogost főnöke a hivatalában, vagy éppen fáj a gyomra és emiatt nem figyel a lámpára és így tovább.

Némileg általánosabb formában is összefoglalhatjuk e tényezőket. Az egység "outputja" nemcsak egy fő "inputtól" /példánkban: a lámpajelzéstől/ függ, hanem:

- a külvilágtól /forgalom sűrűsége, rendőr közelsége/
- az időtől /melyik napszakban vagyunk/
- az egység korábbi tapasztalataitól, "memóriájának tartalmától" /beidegződés, baleset stb./.

Mindezekről a tényezőktől, általában az inputoktól nem determinisztikusan függ az output, hanem sztochaszti-

kusan. A nagyon szórakozott gyalogos áthalad az uttesten piros jelzés mellett s valósággal belefuthat a rendőr karjaiba - a rendőr közelsége azonban csökkenti ennek valószínűségét. Ezt úgy is kifejezhetjük: az output függvénye véletlen tényezőknek is.

3.5. A fogyasztó válaszfüggvényei

Térjünk át egy másik példára, amely immár szorosan gazdasági jellegű: a fogyasztó viselkedésére.

Megtehetjük, hogy egyetlen "black box"-nak minősítjük a fogyasztók összességét, s válaszfüggvényként a szokásos keresleti függvényeket szerepeltetjük. Eszerint az input: az árak és a jövedelmek; az output: a fogyasztói kereslet.

Szimulációs modelleinkkel azonban modellezhetjük ennél realiztikusabban, ennél gazdagabban is a fogyasztó valóságos viselkedését. Csak néhány gondolatot említünk:

Nem egyetlen egységként, egyetlen "fekete dobozként" szerepeltetjük a fogyasztók összességét. Ehelyett különböző ismérvek szerint osztályozzuk őket: város és falu; jövedelmi szint; társadalmi rétegződés; családnagyság; kulturális szint stb. Ezek után egy-egy "dobozba" kerülnek azok a háztartások, amelyek a fenti ismérvek szerint azonosak /pl. gyermektelen házaspár, városi, értelmiségi, 5000 Ft feletti havi családi jövedelem/. Nem egy, hanem mondjuk 50 vagy 100 fogyasztói egységet kapunk, s mindegyikhez külön-külön válaszfüggvényeket rendelünk. Feltehető, hogy ilyen módon pontosabban leírható a fogyasztók összességének viselkedése, mintha egyetlen egységként kezeltük volna.

Ezen túlmenően, az output /jelen esetben: a fogyasztói kereslet/ nem kizárólag kétféle inputtól, a jövedelemtől és az ártól függ, hanem egyéb tényezőktől is. Például:

-- Van a fogyasztói szokásoknak egyfajta "tehetetlensége", konzervatizmusa. Ez azt jelenti, hogy a kereslet nem csupán az éppen érvényes árak és jövedelmek függvénye, hanem a korábbi időszakok tényleges fogyasztásáé is. Pl. súlyozott közepe az új árakhoz és jövedelmekhez teljesen hozzáigazodott keresletnek és a régi tényleges fogyasztásnak. A súly megválasztásával kifejezésre juttatható, hogy a fogyasztó hozzáigazodása az új jövedelmi és árhelyezethez mennyire gyors, zavartalan, illetve mennyire tehetetlen, konzervatív a fogyasztó magatartása.

-- Vannak sűrűn, rendszeresen vásárolt termékek és szolgáltatások és ritkán végbemenő vételtek. Mindkét csoport iránti keresletre befolyást gyakorol nemcsak az ár és a jövedelem, hanem a konkrét beszerzési lehetőség is, csak nem egyforma módon. Pl. a család rendszeresen hideg vacsorát fogyaszt. Ha éppen nem kapható sonka, csak krakkói, utóbbi különlegesebb probléma nélkül szolgálhat helyettesként. E helyettesítésnél nemigen mérlegelik a kétféle felvágott árarányait. Ha viszont heteken át csak krakkói volt az üzletben, s hirtelen megjelenik a sonka is, az utóbbit esetleg előnyben részesítik, mégha drágább is. Más az összefüggés mondjuk egy autó beszerzésénél. Ha a vevő autót akar venni, de nem kap, akkor - az esetek nagy részében - nem költi el más tartós jószágra a pénzét, hanem inkább vár. Mindkét példával csupán azt szerettem volna bemutatni, hogy a fogyasztó válaszfüggvényének outputja, a kereslet függvénye az ár és a jövedelem mellett más inputoknak is: a konkrét beszerzési lehetőségeknek, valamint a multibeli tényleges fogyasztásnak, s ezzel együtt bizonyos "elhalasztott" szükségleteknek.

Valamennyi felsorolt összefüggésre ismét jellemző ezek nem-determinisztikus, sztochasztikus jellege. Az outputot véletlen tényezők is befolyásolják, mégpedig a különböző válaszfüggvényeknél nem egyenlő mértékben. Mond-

juk az alacsonyjövedelmű család kenyérfogyasztása aránylag stabil, a magasjövedelműek luxus-fogyasztásának cikkek szerinti megoszlása véletlenszerűbb, jobban függ a divattól, szezontól stb.

3.6. A tőkés vállalat válaszfüggvényei

Egy szimulációs modellben, amely a kapitalista gazdasággal foglalkozik, "black box"-ként szerepelhet a tőkés vállalat. Legyen ennek az egységnek az egyik válaszfüggvényében az output: a vállalat beruházási döntése. Mi a válaszfüggvény inputja?

A tőkés vállalat XIX. századbeli polgári elmélete szerint a fő input: a hosszulejáratu kamatláb; ezenkívül a bérszint, valamint a vállalat bevételeinek és kiadásainak előkalkulációja. A kamatláb magasságának állítólag alapvető befolyást kell gyakorolnia a vállalat döntésére: ha alacsony, akkor a vállalat könnyebben szánja rá magát beruházásra, ha magas, úgy nehezen. A kamatláb és a bér aránya pedig alapvetően befolyásolja a technológia megválasztását: minél alacsonyabb a kamatláb és magasabb a bér, annál tőkeintenzívebb beruházást hajt majd végre a vállalat.

Kétségtelen, hogy mindez valóban hatást gyakorol a vállalat döntésére, s ezért szerepelnie is kell a válaszfüggvény inputjában. Ezekon túlmenően azonban sok egyéb tényező is szerepet játszik. Csak három példát említünk:

-- A vállalat beruházási kezdeményezése messzemenően függ a jövőbeni konjunkturális helyzet megítélésétől. Hiába alacsony a kamatláb, ha a vállalkozó "rosszat sejt", kedvezőtlen üzleti helyzettől tart, nem fog beruházást vég-

rehajtani. S megfordítva, a magasabb kamatláb sem tartja vissza a beruházástól, ha nagy konjunkturát remél. A hadiiparban pl. sokkal nagyobb a befolyása a nemzetközi helyzetnek, az állami fegyverkezési politikának, mint a kamatlábnak. Akármilyen "durván" írjuk is le szimulációs modelünkben ezeket az összefüggéseket, még mindig sokkal realisztikusabbá válik a modell ahhoz képest, mintha teljesen figyelmen kívül hagynánk és kizárólag a kamatláb és a beruházás közti kapcsolat rendkívül "kifinomult" modellezését végeznénk el, ahogy ez az irodalom ismert tőkepiaci modelleiben történik.

-- Egy másik jellemző tényező: a vállalat kialakult "léggöre", tradíciója, szokásos üzleti politikája. Vannak dinamikus, mozgékony és merev, nehézkes vállalatok; vannak "ragadozók" és "szolid cégek". A következő időszak beruházási döntése eszerint nemcsak a jelent leíró információk, valamint a jövőre vonatkozó előrebecslések függvénye, hanem a múlté is, amelyet a vállalat "memóriája" - azaz tapasztalata, kialakult gyakorlata stb. - őriz meg.

-- Egy további tényező: mit csinál a versenytárs? A vállalat döntése függvénye azoknak az információknak, amelyeket más vállalatok terveiről megszerzett.

3.7. Homo economicus, racionalitás vagy reális válaszfüggvény?

A közgazdaságtudomány matematikai modelleinek egyrésze arra kíván felelni, hogyan kellene a lehető legegyszerűbben cselekedni. Mit kellene tenni annak érdekében, hogy az erőforrás elosztása optimális legyen, a lakosság jóléte maximális és így tovább? Sokféle névvel jelölik ezeket a munkákat: "praxeológiai jellegű kutatás", "normatív vizs-

gálat", a racionális döntés elmélete stb. A szerzőnek nem kell hangsúlyoznia, mennyire fontosnak tartja a kutatásnak ezt az irányát, hiszen hat-nyolc éven át erre összpontosította saját tevékenységét is.

Jelen kutatásunk is végző soron ilyen kérdésre akar majd felelni: mi legyen a gazdaság racionális mechanizmusa? De csak végző soron. Éppen azért, hogy erre felelhessünk, azt kell vizsgálnunk: hogyan viselkednek az emberek, a kollektívák a valóságban. Márpedig tulzás lenne azt mondani, hogy az emberek, egyének és kollektívák viselkedésére a szigorú, következetes racionalitás lenne jellemző.

Vegyük ismét a tőkés vállalat példáját. Ha a döntéshozó /egyén vagy testület, a tulajdonos vagy a megbízásában eljáró igazgató/ "homo economicus", akkor 1/ pontosan tudja, mi a vállalat érdeke és 2/ szigorúan a felismert érdek szerint jár el. Mi a helyzet a valóságban?

A tőkés vállalatnak többféle érdeke van. Közvetlenül ma, minél előbb profithoz akar jutni, s ennek érdekében pl. törekedhet arra, hogy rontsa a minőséget, emelje az árat. Tartósan sok profithoz akar jutni: ehhez viszont állandó vevőkör megszerzésére akar törekedni, szolid árakkal és minőséggel. Jóban akar lenni a megrendelővel - de az Adóhivatallal, a bankkal, a számára szállító vállalatokkal is. Mindez az egymással bizonyosfokig ellentétes érdekek bonyolult szövevényéhez, konfliktusaihoz vezet. Egyáltalán nem biztos, hogy a döntéshozó eleve "súlyozta" ezeket az érdekeket, kialakította preferenciáit a különböző érdekek kapcsolatában. Ennek megfelelően korántsem biztos, hogy következetes; lehet, hogy egyik döntését egyoldalúan a vállalat rövidlejáratu, másik döntését a hosszulejáratu érdekek rendeli alá és így tovább.

De mégha következetesen végig is gondolta ezeket az érdekkonfliktusokat, korántsem jellemző, hogy szigorúan a felismert érdekek szerint járna el. Ehhez ugyanis exakt optimalizálást kellene végeznie; ez azonban, mint tudjuk,

egyenlőre igen ritka. A valóságban a legtöbb döntés különböző "hüvelykujj-szabályok" /rule of thumb/, rendkívül leegyszerűsített cselekvési receptek alapján történik. Például: "Emelkednek termékeim árai - emelem a termelést". "Mindig háromhónapos anyagkészlettel dolgozom - ha ez alá süllyed a készlet, utána rendelek". A "hüvelykujj-szabály" az esetek egy részében a racionális cselekvési norma durva megközelítése, más esetekben viszont előítéletnek vagy szimpla ostobaságnak bizonyul. Mégis, ezek /és egyenlőre még nem a matematikai programozási modellek/ mozgatják a valóságos gazdaságot.

Szimulációs modelleink válaszfüggvényének azt kell leírnia: hogyan viselkednek ténylegesen az emberek, kollektívák, intézmények. /Vagy hogyan viselkednének ténylegesen egy hipotétikus helyzetben./ Tehát nem azt kell ábrázolni: hogyan kellene viselkedniök, ha "nagyon okosak lennének". Az átlagos emberi butaságot, a mindennapi döntések átlagos primitivségét mintegy bele kell kalkulálni a válaszfüggvény megformulázásába. Persze, egy-egy kísérletnél modellezhetünk a szokásosnál racionálisabb, vagy éppenséggel szigorúan racionális, optimális viselkedést is, de inkább csak a többi kísérlettel való összehasonlítás kedvéért.

Ez növeli igényeinket a valóság megfigyelésével kapcsolatban. Viszont egyszerűsíti a feladatot a formalizálás és a gépi számolás szempontjából. Könnyebb matematikailag megfogalmazni és szimulálni egy primitív cselekvési receptet, "hüvelykujj-szabályt", mint a homo economicus szigorú racionalitását.

3.8. Az inputok és az outputok

A 3.4.-3.7. szakaszokban felhozott példák nyomán már elegendő képzettség alakulhatott ki az olvasóban e két fogalomhoz: "input" és "output". Világos, hogy e fogalmakat sokkal tágabb értelemben használjuk, mint mondjuk a Leontief-modell, az ágazati kapcsolatok mérlege. Az input nem szükségképpen egy termelőfolyamat anyagi ráfordítása /bár esetleg az is lehet/, az output pedig nem okvetlenül egy termelőfolyamat anyagi kibocsátása /bár ez ugyancsak nincsen kizárva/. Az input: a "fekete dobozba" bemenő tetszőleges információ, az output pedig az onnét kijövő tetszőleges válasz.

Az inputokat és outputokat összefoglaló elnevezéssel "működési változóknak" fogjuk nevezni. Az összefoglaló elnevezés márcsak azért is szükséges, mert az "input" és az "output" megjelölés csupán viszonylagos fogalom. Ugyanazon működési változó outputja az egyik egységnek, a "feladónak" és inputja egy másik egységnek, a "címzettnek". Pl. a feladó az Országos Árhivatal, outputja egy hatóságilag rögzített ár. A címzett egység: egy vállalat, inputja az említett ár. Vagy: a feladó a fogyasztó, outputja egy meghatározott termékre irányuló kereslet. A címzett a szóbanforgó termék piaca /inperszonális egység/; itt a fogyasztói kereslet inputként jelenik meg.

Itt eljutottunk szimulációs modelleink egy fontos közös ismertetőjegyéhez: minden output egyuttal valamilyen címzett egység inputja. Az egységeket az input-output kapcsolatok hálózata fogja össze. Az egységek nem olyanok, mint a kavicsok a folyóparton; nem egyszerűen egymás mellett vagy egymáson hevernek. Az egységek egy élő szervezet sejtjei, amelyek valóban rendszert alkotnak; összefűzik őket az input-output-kapcsolatok. Az output az első egységből kimegy, bemegy inputként a második egységbe, azt válaszra készíteti, a válasz outputként elhagyja a második egységet és bemegy a

harmadik egységbe, azt ugyancsak válaszra készíti és így tovább. /Egyik-másik válasz, mondjuk a hetedik egységből visszakerülhet pl. a második egységbe is; az input-output-áramlás nem okvetlenül egyirányú./

Szükség lesz a működési változók osztályozására. Itt most - a már eddig elmondottak alapján - csupán két fő osztályt különböztetünk meg.

Az egyik osztály: a "fizikai változók". Fizikai változó írja le pl. egy meghatározott termék termelésének volumenét, egy anyag felhasználásának mennyiségét, egy vállalat raktárkészletét stb. A fizikai változók tehát olyan folyamatokat, eseményeket, jelenségeket, állapotokat reprezentálnak, amelyeket tulajdonképpen a közgazdaságtudomány szférájából kilépve, a fizikai, műszaki, biológiai stb. tudományok apparátusával is leírhatnánk.

A működési változók másik fő osztálya: a "közlési változók". Közlési változó pl. egy termék ára, egy gép megrendelése, egy tervutasítás stb. Természetesen a közlési változónak is van fizikai megjelenése: betűk a papírlapon, hanghullámok a telefonüzenetben. Nyilvánvaló azonban, hogy itt nem ez a lényeges, hanem a változó által átvitt információ.

A fizikai változók köre tulajdonképpen minden gazdaságban azonos: mindenütt van termelés, fogyasztás, raktározás, szállítás stb. /Itt most persze eltekintünk attól a különbségtől, hogy pontosan mit és mennyit termelünk, fogyasztunk stb./ Viszont a különböző gazdasági mechanizmusokra messze-mentően jellemző, milyen típusu közlési változók léteznek benne. Melyek azok a közlési inputok, amelyekre a gazdaság egységeinek válaszfüggvénye értelmezve van? Mondjuk a tőkés vállalat válaszfüggvénye nincsen értelmezve a tervutasításra, mint inputra. S megfordítva: a mi vállalatunk válaszfüggvénye nincsen értelmezve a részvényárfolyamra, mint inputra.

A gazdaság közlési változóinak felsorolásával tulajdonképpen leírjuk a gazdaság "szókincsét", amelyek azok a közlés-típusok, amelyekre a "fekete dobozok", az egységek reagálni képesek. Azzal pedig, hogy megadjuk, honnét hová mennek, a közlési változók, leírjuk a rendszer "kommunikációs hálózatát".

3.9. Reáltevékenységek, transzformáció

A gazdaság legfontosabb folyamatai: a termelés és a fogyasztás. E folyamatokat, s ezek különböző válfajait "reáltevékenységeknek" nevezzük majd. A "reál-" előtag a kizárólag közlési, informatív jellegű tevékenységektől való megkülönböztetésre szolgál.

Az egységeknek azt a fajtáját, amelyekben reáltevékenységek mennek végbe, "transzformációs egységnek" nevezzük. Legyen ez az egység pl. egy cipőkészítő üzem. Mondjuk, hogy itt kétféle reáltevékenység megy végbe: cipőkészítés "A" technológiával és cipőkészítés "B" technológiával. Ugyanaz a reáltevékenység sokszor ismétlődik meg. Egy meghatározott időtartamon /mondjuk egy műszakon/, perióduson át végrehajtott reáltevékenységgel bizonyos mennyiségű bőrből, gép-elhasználásból, munkából, azaz anyagi inputokból bizonyos mennyiségű és minőségű cipőt, azaz anyagi outputot készítettünk. Ezt a folyamatot, amely egy perióduson át tartott, nevezzük "transzformációnak".

A transzformáció fogalmát nagyon széles értelemben használjuk. Transzformáció a szállítás is: pl. budapesti téglát váci téglává transzformál. De transzformációként kezelhetjük a személyes fogyasztást is: élelemből, ruházatkodásból stb. munkaerőt állít elő. A közös lényeg: anyagi

inputokból anyagi output előállítására.

Modelleinket úgy szerkesztjük meg, hogy feltételezzük: minden reáltevékenység, minden transzformáció kizárólag transzformációs egységekben zajlik le. Minden transzformációs egységhez hozzárendelünk azonban egy "gazdálkodási egységet" is, amelyben a transzformáció szabályozása történik. E szétválasztás nyilvánvalóan absztrakció; mintha pl. elválasztanánk egymástól a központi idegrendszert az élő szervezet többi részétől. A modellezést azonban lényegesen könnyebbé teszi.

A gazdálkodási egység közléseket kap a többi egységtől és maga is ad nekik közléseket. Emellett közlési kapcsolatban áll saját transzformációs egységével. A transzformációs egység jellegzetes inputja és outputja viszont nem a közlés /bár ilyen is van inputjai és outputjai között/, hanem az anyagi ráfordítás és az anyagi kibocsátás. A gazdaság működését azzal jellemezzük, hogy egyrészt leírjuk a gazdálkodási egységek egymással való kapcsolatait, másrészt a gazdálkodási és a transzformációs egységek viszonyát.

Végeredményben eljutunk ahhoz, hogy a rendszer működését két szférára oszthatjuk. Az egyik szféra: a "reálszféra". Itt mennek végbe a reáltevékenységek, a transzformációk, itt áramlanak a fizikai inputok és outputok. A másik szféra: a "mechanizmus". Itt áramlanak a közlési inputok és outputok. A két szféra természetesen kölcsönhatásban van. Általános modellünk, amelyet a II. részben írunk le, módot ad majd a két szféra fogalmának definíciójára.

3.10. A rendszer dinamikája

Szimulációs modelleink mozgásukban, működésükben írják le a rendszerek viselkedését. Ezzel kapcsolatban bizonyos egyszerűsítésekre kényszerülünk.

Az időt egyenlő intervallumokra osztjuk, pl. napokra, vagy évekre. Egy-egy intervallumot periódusnak nevezünk. Feltesszük, hogy a gazdaság működése ismétléses jellegű, azaz minden periódusban ugyanazon típusú események zajlanak le. Tehát pl. a vállalat termel; jelentkezik a piacon saját termékeinek kínálatával, ugyanakkor jelentkezik más piacokon anyagigényeivel; elad, ill. vesz; összeállítja tervét a következő periódusra, majd a következő periódusban mindez kezdődik előlről: termel stb. Az események nem mindig azonos konkrét tartalommal zajlanak le: a termelés, a kínálat, a kereslet, a vétel, az eladás stb. volumene, összetétele periódusról-periódusra változhat. De mindig ugyanazok az eseménytípusok ismétlődnek; azaz példánkban a termelés, a vétel, az eladás, a tervekészítés stb.

Mennyiben egyszerűsíti ez a leírás a valóságot? Az időben szimultán lezajló folyamatokat felbontja; mintegy úgy kezeli őket, mintha egymás után mennének végbe, ismétlődő "lökésekben". Viszont ezt az egyszerűsítést ellensúlyozza az a körülmény, hogy valamennyi folyamat - noha újra és újra "megszakitjuk" őket - folytonosan ismétlődik.^{x/}

Végeredményben az egységek között állandóan áramlanak az inputok és outputok; azonnal vagy késleltetésekkel keletkeznek a válaszok a bejövő impulzusokra - mindaddig, amíg a szimulációt a számológépen le nem állítjuk.

x/ Marx a Tőke-ben idézi Galiani szép megfogalmazását:
"A végtelen, amely nincs meg a dolgok előrehaladásában, megvan körforgásukban". /Lásd [37], 167. old./

Ami különösen nehéznek tűnik a közgazdaságtanban, az a kategóriák definiálása... Az egzaktság hiánya mindig a fogalmi területről ered...

Neumann János

"A legújabb tudományos fejlődés hatása a gazdaságra és a közgazdaságtanra"
1955.

II. RÉSZ:

AZ ÁLTALÁNOS MODELL

1. Előzetes megjegyzések

1.1. Az általános modell közvetlen hivatása

Rátérünk az I. rész 3. fejezetében "előlegezett" mondanivaló exaktabb leírására. Szimulációs kísérleteink keretében nagyszámu konkrét modellt kívánunk felhasználni. Valamennyi konkrét modell - eltéréseik mellett - meghatározott közös tulajdonságokkal rendelkezik. Az "általános modell" e közös ismertetőjegyek összefoglalása.

Az általános modell leírásának közvetlen céljai a következők:

1. A kutatást egy kollektiva végzi. Ki kell tehát alakítanunk egy egységes, egyértelmű terminológiát és jelölésrendszert, amely segítségével a kutatócsoport tagjai egymást megértik.

Ez annál is fontosabb, mert a probléma több áttételén megy keresztül: valóság → verbális közgazdasági megfogalmazás → matematikai formalizálás → gépi program → numerikus gépi számítás → közgazdasági értelmezés. Fontos, hogy a fogalmak és jelölések előzetes rögzítésével megakadályozzuk a félreértéseket az áttételek folyamán /pl. mást ért ugyanazon a fogalmon a közgazdász és a matematikus/.

2. A különböző konkrét modellek közös vonásainak kiemelése megkönnyítheti a modell-sorozat közös "építőkövének", közös "előregyártott elemeinek" megszerkesztését. /Pl. több konkrét modellben ugyanugy szerepelhet a fogyasztó viselkedését leíró modell-rész./

Ez egyuttal előnyt jelenthet a gépi programozásnál is. A közös "építőkövek" állandó alprogramok, blokkok, eljárások formájában külön is programozhatók; ezek a kész blokkok, eljárások azután többféle gépi programba egyaránt beépíthetők.

3. Az általános modell egyfajta "tartalomjegyzék". Annak felsorolása, milyen változók és relációk jelennek meg általában egy gazdaság működésének szimulációjánál. Emlékeztető arra, mit kell specifikáltan megadni ahhoz, hogy a modellel kísérletet végezhessünk.

Előjáróban hangsúlyoznunk kell azonban azt is, mire nem alkalmas az általános modell. Nem látszik alkalmasnak sem arra, hogy belőle deduktív úton tételeket, megállapításokat származtassunk, sem arra, hogy szimulációs kísérleteket végezzünk vele. Ehhez a modell túl általános. A modellben szereplő függvények leírása csupán felsorolja, hogy mely változóktól függnék, de rendszerint nem adja meg a függőség konkrét természetét, matematikai jellemzését. Bármely szimulációs kísérlet céljára e függvényeket specifikálni kell; meg kell adni a függő és független változók közti összefüggés matematikai alakját. A fenti 3. pontban mondottak elsősorban az általános modell legfontosabb függvényeire érvényesek: ezek a függő és független változók "tartalomjegyzékszerű" felsorolásai, a kapcsolatok létének leszögezésére.

Az általános modell eleget tesz hivatásának, ha a fenti 1-3. pontokban összefoglalt feladatokat teljesíti. Megszerkesztésekor kizárólag ezek a követelmények vezettek bennünket. Ugy tűnik azonban, hogy ezen túlmenően is használható lesz, mind elméleti, mind gyakorlati célokra. Erre a szerepre azonban majd csak az általános modell leírását követő későbbi részekben térünk vissza.

1.2. A modell "általánossága"; feltevések és fogalmak

Egy modell "általánosságának" foka természetesen mindig viszonylagos. Egy népes modell-"család" közös ismérveit foglaljuk össze, de azért vannak és lesznek jól használható közgazdasági formális modellek, amelyek nem minősülnek az általános modell specifikus esetének, hanem e modell-"családon" kívül maradnak.

Néhány ilyen kívül-rekesztett modell-osztályra külön is fel akarjuk hívni a figyelmet. Ezt abban a formában tesszük, hogy külön kiemeljük a modell egyes feltevéseit. Ezeket sorszámozzuk; összesen négy ilyen kiemelt feltevésünk lesz. Ez azonban nem jelenti azt, hogy modellünk mindössze ezt a négy "axiomát" tartalmazza. A feltevések többi része már eleve szerepel a modellben leírt összes relációkban, s a hozzájuk tartozó alapfogalmakban. A számozott, külön kiemelt feltevések hivatása kizárólag az, hogy külön ráirányítsa a figyelmet a modell gyenge pontjaira; azokra a megszorításokra, amelyeket esetleg a kutatás későbbi stádiumában érdemes lesz feloldani.

A modell leírásakor **r i t k i t o t t** betűkkel emeljük ki a speciális értelemben használt fogalmakat. Ezek egyrésze alapfogalom-jellegű, s ezért nem definiálható, csupán körülírható, másik része levezetett fogalom, amely a leírásban szereplő alapfogalmak és relációk segítségével definiálható. A jelen összefoglalásban nem térünk ki arra, hogy a speciális értelemben használt fogalmak közül melyik minősül alapfogalomnak és melyik levezetett fogalomnak.

A leírás során fellép az a nehézség, hogy egyik fogalom megértéséhez már szükség van egy másik olyan fogalomra, amelynek bevezetésére csak később kerül sor. Lehetséges, hogy a problémák előadásának más sorrendjével ez elkerülhető lenne; a jelen felépítésben azonban nem sikerült elkerülni. Az ilyen "előlegezett" fogalmak első előfordulásakor lábjegyzetben utalunk a definíció helyére.

Mindaz, amit a feltevések és a fogalmak kezeléséről elmondottunk, arra vall, hogy az általános modell leírása még nem elég érett; nem jutott el igazán szigorú, axiomatikus jellegű tárgyalásmódhoz. Még kell kísérelnünk a későbbi kutatás folyamán a leírást tökéletesíteni. Ehhez segítséget nyújthat, ha több konkrét modellt dolgozunk ki, s ezzel ellenőrizzük az általános modell feltevéseinek és fogalmainak rendszerét.

1.3. A leírás és a kommentár szétválasztása

Az általános modell leírásakor kétféle, egymással ellentétes törekvésünk volt:

Egyfelől: a tárgyalás legyen tömör; csak annyit mondjunk el, amennyi szükséges, nélkülözhetetlen.

Másfelől: könnyítsük meg az olvasó, s különösen a formális tárgyaláshoz nem szokott olvasó számára a megértést.

Ezt a kettős törekvést a következőképpen valósítottuk meg:

A tárgyalást kettéválasztottuk. A most következő 2.-8. fejezetekben külsőlegesen is szétválasztjuk a leírást.

Teljes hosszúságu, ritka sorokban közöljük a modell leírását, beljebb kezdett, sűrű sorokban a kommentárt. A kommentárok közé kerülnek a következők:

1. A matematikai formulák verbális átfogalmazása. Ezt a "Verbális leírás" szóval vezetjük be.

2. Egy-egy fogalom, feltevés, gondolat illusztrációja. Ezt a "Példa" szóval vezetjük be.

3. Az alkalmazott feltevés, eljárás, jelölésmód indokolása; kiegészítő kommentár stb.

A leírás lehetőleg rövid. A kommentárnál kevésbé törődünk ezzel; itt a rövideg alá van rendelve didaktikai megfontolásoknak.

A formális tárgyalást előnyben részesítő olvasó egyszerűen elhanyagolhatja a kommentárok átnézését; a leírásnak önmagában is érthetőnek kell lennie.

A megfordítottját nem állíthatjuk. A kommentár nem érthető meg önmagában; nem alkot folyamatos szöveget. Csupán egyetlen - igaz, lényeges - könnyítés adható azoknak, akik idegenkednek a formális tárgyalásmódtól. Kivétel nélkül mindegyik számozott formulához "verbális leírást" közlünk. Ennek figyelmes elolvasása pótolhatja a formula tanulmányozását.

2. Jelölés

2.1. Jelölési elvek

Az időre utaló indexeket a változó nevét szimbolizáló "azonosító" alsó indexeként adjuk meg. A többi indexet általában szögletes zárójelben közöljük. Pl. az x azonosítóju változó indexeit a következőképpen helyezzük el: $x_t [i,j]$.

A tömbök^{x/} azonosítói két részből állnak: az alapszimbólumból, valamint az alapszimbólum után, a hatványkitevő magasságában, gömbölyű zárójelben közölt szimbólumokból. Utóbbi helyen közöljük azokat az indexeket, amelyek szerint a tömb rendeződik; emlékeztetés céljából. Tehát pl. $x_t^{(i,j,k)}$ annak a háromméretű tömbnek az azonosítója, amelynek általános eleme $x_t [i,j,k]$.

Egyes esetekben ki kell emelnünk a tömb valamely rész-tömbjét. /Pl. egy háromméretű tömb valamely kétméretű mátrixát./ Ilyenkor a következő jelölést alkalmazzuk:

Az azonosító második, az indexekre utaló részében gondolatjel kerül annak az indexnek a helyére, amelynek rögzített értéke mellett vesszük a többi elemet. Így pl. $x^{(i,-,k)} [j]$ -vel jelöljük az $x^{(i,j,k)}$ háromméretű tömbnek azt a mátrixát, amely valamely rögzített j mellett, az i és k szerint rendezett elemeket tartalmazza. Hasonlókép-

x/ A "tömb" egy vagy több index szerint rendezett számok együttese. Az egyméretű tömb: vektor; a kétméretű tömb: mátrix; lehetségesek azonban többméretű - három, négy stb. index szerint rendezett - tömbök is.

pen $x^{(-,j,k)} [i]$ ugyanazon $x^{(i,j,k)}$ tömbnek egy másik mátrixát jelöli, mégpedig azt, amely a rögzített i melletti elemeket tartalmazza, j és k szerint rendezve. Ugyanezzel az eljárással kiemelhetjük egy többmértetű tömb egyetlen vektorát is. Pl. $x^{(-,-,k)} [i,j]$ a rögzített i és j indexekhez tartozó elemeket tartalmazza, k szerint rendezve. Világos, hogy $x^{(-,-,-)} [i,j,k]$ helyett elegendő $x [i,j,k]$ -t írni.

A jelölési rendszer kialakításánál a következő megfontolások vezettek bennünket:

Az általános modellben nagyon sokféle változó szerepel. Nem akarunk túl sok szimbólumot bevezetni; ez viszont arra kényszerít, hogy egy-egy szimbólumhoz sok indexet rendeljünk hozzá. A sok index használatát a következőkkel könnyítjük meg:

-- Élesen elválasztjuk az időre /periódusra, ütemre/ utaló indexeket a többitől. Az utóbbiakat szögletes zárójelben közöljük. Ez utóbbi megfelel az ALGOL gépi nyelv írásmódjának. Azok az indexek, amelyek nem a szögletes zárójelben szerepelnek, gépi nyelvre való átírás esetén automatikusan elmaradnának.

-- A futó indexekre használt betűket következetesen fenntartjuk meghatározott elemekre való utalásra. Pl. i mindig az erőforrás sorszámára utal, j mindig a termék sorszámára stb. Ha tehát a futó indexként használt betűk értelmét megjegyeztük, úgy könnyen áttekintjük a sok indexes változók tartalmát. A sok index éppen a rendszer bonyolultságát tükrözi: egy-egy változó egyszerre sokféle kapcsolatban áll a modell sokféle elemével.

A jelölési rendszerben nem használhattuk fel a szokásos vektor- és mátrix-jelöléseket, mert egymértetű vektorok, kétmértetű mátrixok mellett többször szerepelnek 3-4-5 méretű tömbök is. Ha azonban az olvasó megjegyezte a futó indexek jelentését, akkor ennek alapján könnyen

felismerheti a tömbök tartalmát: erre utalnak ugyanis a felül, gömbölyű zárójelben közölt utalók. Pl. egy mátrixot, amely tevékenységként közli a termék-ráfordításokat, következőképpen jelölünk:

$x^{(j,m)}$, ahol j a termék, m pedig a tevékenység sorszámára utaló index.

2.1. Jelölésjegyzék

Az alábbiakban jelölésjegyzéket közlünk. Ebben csak az azonosítókat soroljuk fel, az indexes nagyságok indexeit elhagyva.

- A = memóriatartalom
- B = a válaszfüggvények száma
- b = a válaszfüggvény sorszámára utaló index
- C = a közlési függvények száma
- c = a közlési függvény sorszámára utaló index
- D = véletlen tényezők száma
- d = a véletlen tényező sorszámára utaló index
- e_j = a j sorszámú termék elosztását szabályozó tranzakciós egység sorszámára utaló index
- F = a transzformációs egységek száma
- G = az extern tényezők száma
- g = az extern tényező sorszámára utaló index
- H = működési változó-típusok száma
- h = a működési változó-típus sorszámára utaló index

- I = erőforrások száma
- i = az erőforrás sorszáma utaló index
- J = a termékek száma
- j = a termék sorszáma utaló index
- K = a gazdasági rendszer egységeinek száma
- k = a feladó egység sorszáma utaló index
- l = a címzett egység sorszáma utaló index
- M = a reáltevékenységek száma
- m = a reáltevékenységek sorszáma utaló index
- N = a nem-üres közlés-típusok száma
- n = a közlés-típus sorszáma utaló index
- p = az extern tényező intenzitása
- q = erőforrásvolumen
- r = közlési változó
- S = az ütemek száma
- s = az ütem sorszáma utaló index
- t = a periódus sorszáma utaló index
- u = termékkészlet
- v = erőforrás-ráfordítás
- w = termék-ráfordítás
- x = termék-kibocsátás
- y = tranzakció
- z = működési változó
- α = tranzakciós utasítási függvény
- β = erőforrás-elosztási függvény
- γ = ráfordítás-utasítási függvény

- δ_i = az i sorszámú erőforrás elosztását szabályozó
diszpozíciós egység sorszámára utaló index
- \mathcal{J} = transzformációs függvény
- κ = közlési függvény
- ξ = erőforrásfüggvény
- ϱ = extern tényezők függvénye
- φ = válaszfüggvény
- ψ = memóriefüggvény
- ω = randomizáló változó

3. A modell elemei

3.1. A hét elem-kategória

A vizsgálat tárgya: a g a z d a s á g . Ennek szféráját az általános tárgyaláshoz nem konkretizáljuk.

Példák. a/ Egy ország gazdasága, b/ Egy ország gazdaságának körülhatárolt része: egy megye, vagy egy iparág. c/ Egy nagyvállalat. d/ Több ország gazdasági közössége. A további tárgyalás példáinál általában az a/ példából indulunk ki.

A modell e l e m e k -ből tevődik össze. Az elemek összesen hét e l e m - k a t e g ó r i á b a sorolhatók. Mindegyik elem-kategória egy-egy halmaz, amely véges számú elemből áll. Egy-egy elem-kategória elemeit önkényesen sorszámozzuk; a modell változóinak indexei ezekre a sorszámokra utalnak.

Meghatározott elem-kategóriába tartozó elem sorszáma mindig ugyanazzal a kisbetűvel jelölt index-szel utalunk. Az elem-kategóriába tartozó elemek számát általában /kivételektől eltekintve/ az állandó index-szimbólumként használt betű nagybetűjével jelöljük.

Az alábbiakban sorbavesszük és megmagyarázzuk a hét elem-kategóriát, s megadjuk jelöléseiket is.

1. E x t e r n t é n y e z ő k . Az extern tényezők befolyást gyakorolnak a gazdaság működésére, viszont a gazdaság működése nem gyakorol befolyást az extern tényezőkre.

Nem soroljuk az extern tényezők közé az erőforrásokat.^{x/}

Példák. a/ Hőmérséklet. b/ A gazdasági rendszeren /pl. egy adott ország/ kívülálló terület /pl. más országok/ belső gazdasági eseményei.

Jelölés. Az extern tényezők száma: G; a sorszámukra utaló index: g.

2. E r ő f o r r á s o k . Az erőforrások a gazdaság működéséhez szükséges olyan anyagi eszközök, erők, amelyek mennyisége nem függ a gazdaság működésétől, hanem kívülről adott a gazdaság számára. Adott időpontban a gazdaság különböző egységei^{xx/} osztozkodnak az erőforrás adott mennyisége felett; együttes erőforrás-felhasználásuk nem lehet több az erőforrás rendelkezésre álló mennyiségénél. Ez a megkülönböztető ismérv az extern tényezővel szemben, amelyen a gazdaság különböző egységei, tevékenységei nem osztozkodnak.^{xxx/}

x/ Az erőforrás definícióját lásd a jelen szakasz 2. pontjában.

xx/ Az egység definícióját lásd a jelen szakasz 4. pontjában.

xxx/ Az erőforrásoknak ezt az ismérvét később formálisan is megadjuk a (22) és (9) formulákban.

Példák. a/ A gazdaság rendelkezésére álló terület. b/ A föld méhében rejlő geológiai kincs.

Jelölés. Az erőforrások száma: I; a sorszámukra utaló index: i.

3. T e r m é k e k . A termékek a gazdaság által előállított anyagi javak és szolgáltatások. A megkülönböztető ismérv az erőforrással szemben: a terméket a gazdaság maga állítja elő, míg az erőforrást kívülről kapja.

A termékeket megkülönböztetjük egymástól minőségi jellemzőik, elkészülési fokuk, elhasználódási fokuk, valamint területi elhelyezésük szerint.

Példák. a/ Kész, sötétzöld, túsarku, borjubőrből készült, 36-os női cipő, egy szombat-helyi raktárban tárolva. b/ Meghatározott új vegyicsarnok, 65 %-os készületi fokon. c/ 12.000 km-t futott Trabant gépkocsi.

Jelölés. A termékek száma: J; a sorszámukra utaló index: j.

A termék fogalmának megértéséhez képzeljük el a következőket:

Olyan modellt állítunk fel, amely nagyon mély bontásban, akár sokmillió változóval reprezentálná a magyar gazdaságot. /Ez nyilván gyakorlatilag megoldhatatlan, itt csupán a fogalom magyarázatához említjük./ A modell termékjegyzékének összeállításakor az Országos Árhivatal Egységes Termék- és Árjegyzékét vesszük alapul. Az ott megadott nomenklaturát azonban tovább bontjuk: újabb decimális jegye-

ket vezetünk be. Megkülönböztetjük ugyanis egymástól azokat a termékeket, amelyek ugyan azonos ETÁ-számmal rendelkeznek, de eltérnek egymástól elkészülési fok, elhasználódási fok, valamint területi elhelyezés szerint. Ha mondjuk minden terméknél 10-féle elkészülési fokozatot, 10-féle elhasználódási fokozatot és 100-féle területi elhelyezést, régiót veszünk figyelembe, akkor a modellben szereplő termékek száma, J egyenlő az ETÁ-ban szereplő tételek száma, szorozva 10.000-rel.

Később, a reáltevékenység fogalmának bevezetése után térünk vissza annak megvilágítására, miért célszerű a termék fogalmának fenti értelmezése.

4. E g y s é g e k . Az egységek /egyetlen, később tárgyalásra kerülő speciális kivételtől eltekintve/ a gazdaság olyan társadalmi szervezetei, sejtjei, amelyeket nem bontunk tovább még elemibb sejtekre. Az egységnek válaszfüggvénye van; valamely inputra a válaszfüggvény szerinti outputtal válaszol.^{x/}

Példák. a/ Vállalati igazgatóság. b/ Országos Tervhivatal Távlati Főosztálya. c/ X.Y. családi háztartása.

Az egységek halmazán belül öt részhalmazt, öt e g y - s é g - f a j t á t különböztetünk meg.

x/ A válaszfüggvény, az input és az output definícióját lásd a 6. fejezetben.

4.1. T r a n s z f o r m á c i ó s e g y s é g e k .
Ezekben és csak ezekben mennek végbe a reáltevékenységek.^{x/}
Minden erőforrást a transzformációs egységek használnak fel;
minden termék a transzformációs egységeknél tárolódik.

Példák. a/ Egy termelő műhely. b/ Egy
raktár. c/ Egy család, mint fogyasztói közös-
ség.

4.2. G a z d á l k o d á s i e g y s é g e k . Ezek-
ben nem zajlik le reáltevékenység, csupán közléseket adnak
és kapnak.^{xx/} Minden transzformációs egységhez tartozik egy
gazdálkodási egység és viszont, minden gazdálkodási egység-
hez egy transzformációs egység.

Példák. a/ Egy vállalat vezetése. b/ A
családfő, vagy a "családi tanács", amely a
kiadásokról határoz.

A transzformációs és a gazdálkodási egy-
ség szétválasztása - absztrakció. Célja az,
hogy külön írjuk le a termeléssel, szállítás-
sal, raktározással, fogyasztással stb. kapcso-
latos fizikai folyamatokat, amely a transzfor-
mációs egységen belül zajlanak le, s külön
az ezeket szabályozó informatív és döntési,
tervezési folyamatokat, amelyek a gazdálkodá-
si egységen belül zajlanak le. Természetesen
modellünk szoros kapcsolatot teremt e kétféle
- a valóságban el nem váló - egység között.

x/ A reáltevékenység definícióját lásd a jelen szakasz 5.
pontjában.

xx/ A közlésekről lásd a jelen szakasz 6. pontját.

A gazdaságban működő adminisztratív jellegű egységek /Tervhivatal, Árhivatal, Pénzügyminisztérium, Nemzeti Bank stb./ munkájának lényegét az őket reprezentáló gazdálkodási egységeknek kell leírni a modellben. De ezekhez az egységekhez is rendelhető transzformációs egység, az adminisztratív intézmény anyagi ráfordításainak reprezentálására. Így modellünkben kifejezésre juthat: a különböző mechanizmusok, különböző információ és tervezési szisztémák nemcsak az információ-áramlás módjában, az alkalmazkodás gyorsaságában, a gazdaság kiegyensúlyozásában stb. különböznek egymástól, hanem abban is, hogy maga az adminisztráció, az információ-mozgatás mennyibe kerül.

4.3. D i s z p o z i c i ó s e g y s é g e k . Ezek osztják el a transzformációs egységek között az erőforrásokat.

Példák. a/ Tanács, amely a földterület felett rendelkezik. b/ A munkaerő-"piac".

A diszpozíciós egység reprezentálhat egy tényleges intézményt, amely eloszt egy erőforrást. De reprezentálhat egy "inperszonális egységet", egy társadalmi processzust, amelynek hatására az erőforrás "elosztódik". Az utóbbi a tipikusabb.

4.4. T r a n z a k c i ó s e g y s é g e k . Ezek irányítják át a terméket egyik transzformációs egységből a másikba.

Példák. a/ Anyaghivatal. b/ Gabonatőzsde.
c/ A szerszámgépek "piaca".

A diszpozíciós egységhez hasonlóan a tranzakciós egység is reprezentálhat egy valóságos intézményt, vagy egy "inperszonális egységet", egy társadalmi processzust, amely a termékek elosztását biztosítja.

4.5. K ü l v i l á g . Speciális egység, amely a gazdaságon kívüli világot reprezentálja. A külvilágnak outputja van a gazdaság számára, de nincs inputja a gazdasági rendszerből.

A külvilág értelmezése mindig abból következik, hogyan értelmezzük a modellben reprezentált "gazdaságot". Ha pl. a gazdaság egy ország, akkor a külvilág magában foglalja mind a külföldi országok összességét, mind a természetet. Ha azonban modellünkben le akarjuk írni nemcsak azt, hogyan függ a mi országunk működése a külföldtől /pl. a világpiaci árak révén/, hanem azt is, hogyan függ a külföld tőlünk /pl. mi a mi vételünk és eladásunk hatása a világpiaci árakra/, akkor a külföldet nem "külvilágként", hanem a gazdaság egy vagy több egységeként kell modelleznünk.

"Külvilágként", a definíciónak megfelelően, mindig kizárólag a világnak azt a részét írhatjuk le, amelyről feltesszük, hogy nem függ a modellben szereplő "gazdaságtól". Természetesen a "gazdaságnak" és a "külvilágnak" ez a merev szétválasztása - absztrakció. Valami hatása a "gazdaságnak" a "külvilágra" mindig van /még az időjárásra is gyakorolhatunk hatást/, de ezt a hatást elhanyagoljuk.

A továbbiakban r e n d s z e r nek nevezzük a gazdaság és a külvilág együttesét.

A modellben az egységek kétféle rendeltetéssel szerepelnek, mint feladó vagy mint címzett. A feladó outputot ad ki, a címzett inputot kap.

Jelölés. A transzformációs egységek száma F ; a gazdálkodási egységek száma ugyancsak F ; a diszpozíciós egységek száma I ; a tranzakciós egységek száma J ; a gazdasághoz tartozó egységek száma $K = 2F + I + J$. Az egységek sorba-számozása következőképpen történik:

$1, \dots, F$ sorszámú egységek: a transzformációs egységek.

$F+1, \dots, 2F$ sorszámú egységek: a gazdálkodási egységek.

$2F+1, \dots, 2F+I$ sorszámú egységek: a diszpozíciós egységek.

$2F+I+1, \dots, K$ sorszámú egységek: a tranzakciós egységek.

$K+1$ sorszámú egység: a külvilág.

A rendszer összes egységeinek száma: $K + 1$.

A feladó egység sorszámára utaló index: k ; a címzett egység sorszámára utaló index: 1 .

Valamely intézmény a modellben reprezentálható több egységben. Pl. a különböző gabonafajtákat külön-külön termékként kezeljük. Ez esetben egy piaci gazdaság gabonatőzsdéje, vagy egy hadigazdaság "Gabonahivatala" reprezentálható a modellben gabonafajtánként egy-egy külön tranzakciós egységgel.

5. **R e á l t e v é k e n y s é g e k** . A reáltevékenységek olyan folyamatok, amelyek meghatározott termékeket és erőforrásokat használnak fel, s meghatározott termékeket bocsátanak ki. Minden egyes reáltevékenységnek legalább egyetlen terméket vagy erőforrást fel kell használnia; nem szükséges ismérve azonban, hogy terméket bocsásson ki. A reáltevékenységek materiális folyamatokat fejeznek ki, amelyek a természettudományok /műszaki tudományok, biológia stb./ fogalmaival leírhatók.

Minden reáltevékenység egyértelműen hozzá van rendelve valamely transzformációs egységhez. Egy transzformációs egységhez hozzárendelhető több reáltevékenység is.

Példák. a/ Meghatározott termék előállítására meghatározott technológiával, az 1. sorszámú transzformációs egységben. b/ Konkrétan meghatározott beruházási akció a 17. sorszámú transzformációs egységben. c/ Meghatározott termék raktározása a 48. sorszámú transzformációs egységben. d/ Egy termék szállítása meghatározott helyről meghatározott helyre a 77. sorszámú transzformációs egységben. e/ Meghatározott termék vagy szolgáltatás nem-termelő fogyasztása a 114. sorszámú transzformációs egységben.

A "reáltevékenység" kifejezést hasonló értelemben használjuk, mint ahogy a matematikai programozásban a "tevékenység", "activity" kifejezést. A "reál"-előtag hivatott kiemelni, hogy itt fizikai folyamatokra gondolunk /termelésre, fogyasztásra, szállításra stb./, nem pedig adminisztrációs vagy információs emberi tevékenységre /pl. tervezésre, utasítások kiadására, döntésre, jelentésre, elszámolásra stb./.

Az "erőforrás", a "termék" és a "reáltevékenység" alapfogalmak. Minden, közgazdasági szempontból számbajövő emberi fizikai tevékenység ezek segítségével leírható. Az általános modellen belül nincsen szükség további osztályozásra; ez magában foglalja a termelést és fogyasztást, az üzemeltetést és a beruházást, a telepített termelést és a szállítást, az előállítását és a raktározást stb.

Ezeknek az alapfogalmaknak a segítségével definiálhatjuk később a "transzformáció" fogalmát.

Éppen a reáltevékenység fogalmának ez az általánossága teszi szükségessé a termékjegyzék "mély bontását"; ezért tekintjük egymástól eltérő, más sorszámú terméknek azokat a termékeket, amelyek csupán készenléti vagy elhasználódási fokuk, ill. területi elhelyezésük szerint különböznek.

A termék és a reáltevékenység fogalmát illusztráló példák mindig "mély bontást" tételzenek fel, annak érdekében, hogy a fogalmat jobban szemléltethessük. Természetesen egy konkrét szimulációs modellnél elkerülhetetlen lenne az aggregáció.

Jelölés. Az f sorszámú transzformációs egységhez rendelt reáltevékenységek száma: $M [f]$ ($f = 1, \dots, F$). A reáltevékenység sorszámára utaló index: m . A gazdasági rendszer összes reáltevékenységeinek száma:

$$M = \sum_{f=1}^F M [f] .$$

6. K ö z l é s - t i p u s o k . A rendszerben áramló közlések különböző ismérvek szerint osztályozhatók. A legmélyebb tagolás szerinti osztályozás tovább nem bontható elemei: a közlés-típusok. Valamely közlés-típus definiálásához meg kell adnunk, hogy pontosan mely modell-elemekkel kapcsolatos; a megjelölt elemeknek milyen állapotát, tulajdonosságát, akcióját, ill. milyen velük kapcsolatos folyamatot, eseményt ír le; egyszóval milyen jellegű információt ad meg. Viszont nem tartozik a közlés-típusokat egymástól megkülönböztető ismérvek közé, hogy 1. melyik egység a feladó és melyik egység a címzett, 2. mikor bocsátották ki a közlést és 3. mi a közlés aktuális tartalma, azaz a közlési változó értéke.^{x/}

Speciális közlés típus: az ü r e s k ö z l é s .
Tartalma: "nincs mondanivaló".

Példák. a/ A 127. sorszámú termék bruttó termelői ára. b/ A 49. sorszámú erőforrásra bejelentett vállalati igénylés.

A közlés-típus fogalmát illusztrálja a következő gondolatmenet:

Szerkeszthetünk egy űrlapot, amelybe beírható minden közlés, amely adott időpontban a gazdasági rendszer egységei között áramlik. Az űrlapot előrenyomtatott rovatokra osztjuk; minden rovathoz egy kitöltési utasítás, értelmezés is tartozik. Az űrlap kitöltése úgy történik, hogy egy-egy rovathoz beírunk - a kitöltési utasításnak megfelelően - vagy egy számot, vagy egy más jelet /pl. több szó közül egyet aláhuzunk/. A közlés-típusok ennek az űrlapnak a rovatai. /A rovatok, nem pedig a

x/ A közlési változó definícióját lásd az 5.4. szakaszban.

rovatba beirandó számok, vagy jelek; utóbbiakat közlési változóknak fogjuk nevezni./

Jelölés. A nem üres közlés-típusok száma: N . Az üres közlés kapja a 0 sorszámot, a többi közlés az $1, 2, \dots, N$ sorszámot. A közlés-típus sorszámára utaló index: n .

7. Véletlen tényezők. A gazdasági folyamatokra számottevő mértékben hat a véletlen. A gazdasági, valamint az ezzel összefüggő információs folyamatokat leíró változók ennek megfelelően általában valószínűségi változók. Ezt az adottságot modellünkben úgy kezeljük, hogy külön megadunk véletlen tényezőket, leírjuk azok valószínűségi eloszlását, majd leírjuk, hogy a modell működési változói hogyan függenek a véletlen tényezőktől.

Példák. a/ Az ország lakosságának nagyságát befolyásoló véletlen tényező. b/ Valamely üzem tervteljesítését befolyásoló véletlen tényező.

Jelölés. A véletlen tényezők száma: D ; a sorszámukra utaló index: d .

3.2. A szervezet

Nevezzük a modell összes elemeinek halmazát a rendszer szervezetének.

A rendszer "szervezetén" eszerint hétféle "jegyzéket" értünk: az extern tényezők, az erőforrások, a termékek, az egységek, a reáltevékenységek, a közlés-típusok és a véletlen tényezők felsorolását. A gazdaság leírásának, modellezésének első lépése: a jegyzékek összeállítása, azaz a rendszer szervezetének meghatározása.

Mint látni fogjuk, a rendszer működését leíró változók kivétel nélkül erre a hétféle elemre vonatkoznak majd.

A modell elemeinek ismertetése után külön is lerögzítjük az alkalmazott feltevést.

1. feltevés. Az egyes elem-kategóriákhoz tartozó elemek száma véges és az időben állandó. /A szervezet állandósága./

A modell elemeinek felsorolásakor nemcsak a létező, hanem a potenciális elemeket is fel kell sorolni. A rendszer átalakulását az időben nem új elemek belépése írja le, hanem a mindvégig azonos elemek állapotát és operációját leíró változók aktuális értékének változásai.

Az 1. feltevés, különösen az ahhoz fűzött fenti megjegyzést is figyelembevéve, erős; főképpen bizonyos elemkategóriákra vonatkozóan. Így pl. - a potenciális elemeket is figyelembevéve - a reáltevékenységek száma valójában végtelen.

Az elem-kategóriákkal kapcsolatban definiáljuk a
k o m p l e t t modell fogalmát. A modell komplett, ha
eleget tesz a következő feltételeknek: a/ $G, I, J, D \geq 1$;
b/ $F \geq 2$.

a/-ből és b/-ből következően a komplett modellben
 $K \geq 6$.

Valamely konkrét modell lehet n e m - k o m p l e t t ,
amennyiben nem felel meg a fenti feltételeknek.

A modellt eszerint akkor nevezzük komp-
lettnak, ha szerepel benne legalább egy ex-
tern tényező, egy erőforrás, egy termék és
egy véletlen tényező, valamint legalább két
transzformációs egység. Ez maga után vonja,
hogy a modellben szerepelnie kell diszpozíci-
ós és tranzakciós egységnek, gazdálkodási egy-
ségeknek, valamint külvilágnak is.

E definíció azért szükséges, mert később
az ilyen komplett, azaz az összes tipikus ele-
met magában foglaló rendszerek működési pro-
cesszusát írjuk majd le; erre vonatkozólag
adunk további definíciókat.

Természetesen bizonyos kutatásoknál dol-
gozhatunk nem-komplett modellel is. Pl.
 $D = 0$ esetén nem-sztokasztikus rendszerhez
jutunk; $G = I = 0$ esetén zárt /külvilág
nélküli/ modellhez és így tovább.

4. Periódus és ütem

4.1. Periódus

Az idő egész értékű változó: meghatározott konstans időintervallumot reprezentáló $p e r i ó d u s o k$ sorszama. A periódus meghatározó ismerve: egy periódus alatt egy transzformáció megy végbe.^{x/}

Az általános modellben nem specifikáljuk a periódus által reprezentált fizikai, naptári idő tartamát.

Példák. a/ A periódus egy nap. b/ A periódus egy év.

Jelölés. Az időt t -vel jelöljük; a változók azonosítója után első alsó indexként szerepeltetjük.

4.2. Ütem

A periódust véges számú $ü t e m r e$ bontjuk.

Jelölés. Egy perióduson belül az ütemek száma: S . Az ütem sorszáma az s alsó index-szel utalunk. Az ütem sorszámát megadó index a periódus sorszámát megadó index után szerepel: t, s .

Az ütembeosztás leírásához előlegeznünk kell néhány fogalmat, amelynek definíciójára csak a tárgyalás későbbi részében kerül sor.

x/ A transzformáció definícióját lásd a 7.2. szakaszban, a (8) formula után.

A rendszer k sorszámú egységének működését $B[k]$ számú függvény írja le. Ezeket válaszfüggvényeknek nevezzük. Jelölésük: $\varphi[k,1], \dots, \varphi[k,b], \dots, \varphi[k, B[k]]$. A rendszer összes válaszfüggvényeinek száma: $B = \sum_{k=1}^{K+1} B[k]$.

A válaszfüggvény alakja - első megközelítésben^{x/} - a következő:

$$(1) \text{ output } [k,b] = \varphi[k,b] \left(\text{input } [k,b], \dots \right)$$

Verbális leírás. A válaszfüggvény fogalmának népszerű értelmezését már megadtuk az I. rész 3.4.-3.7. szakaszaiban.

A válaszfüggvénynek több független változója van. Ezek közül itt csak egyet nevezünk meg, az "input" tömbváltozót. Az "input" azonosítóval jelölt független változón kívül egyéb független változók is lehetségesek; ezekre utal a három pont. A függő változó, az "output" ugyancsak tömb-változó.

A lehetséges válaszfüggvények szélesebb osztályán belül külön kitüntetett alosztályt alkotnak a szükséges válaszfüggvények.^{xx/} A rendszer összes szükséges válaszfüggvényeinek

x/ A válaszfüggvényekkel a 6. fejezet foglalkozik részletebben. Itt, első megközelítésben, csak annyit mondunk el róla, amennyi az idő kezelésének tisztázásához szükséges.

xx/ A lehetséges és szükséges válaszfüggvény fogalmának definícióját a 7.3. szakasz közli.

számát jelöljük B' -vel. A periódus- és ütembeosztás szempontjából lényeges ismervük: minden szükséges válaszfüggvény minden periódusban egyszer kiszámításra kerül. A lehetséges, de nem szükséges válaszfüggvények száma: $B - B' \geq 0$. Ezek-től - a szükségesektől eltérően - nem követeljük meg, hogy minden periódusban egyszer kiszámításra kerüljenek. Kiszámításra kerülhetnek akár periódusonként többször, akár többperiódusonként, azaz egyes periódusokban egyszer sem.

A rendszer működése a 0 sorszámú periódussal kezdődik. A 0 sorszámú periódusban megjelenő inputokat - a k e z - d ő i n p u t o k a t - a modell paramétereiként megadjuk. A további, 1, 2, ... sorszámú periódusokban kiszámításra kerülő minden egyes válaszfüggvény inputja már más - előzőleg kiszámított - válaszfüggvények outputjaiból származik. Szükség van tehát a válaszfüggvények alkalmas sorrendjének kialakítására, hogy biztosíthassuk: előbb kerüljön kiszámításra a φ' válaszfüggvény, mint a φ'' válaszfüggvény, amennyiben φ' outputja szolgáltatja φ'' inputját.

Ennek érdekében a minden periódusban egyszer kiszámításra kerülő szükséges válaszfüggvényeket kivétel nélkül be kell sorolnunk valamely ütembe.

A félreértések elkerülése végett egy előzetes megjegyzést teszünk:

A periódus idő-értelmezésétől eltérően az ütemet nem kell valamilyen naptári időszak reprezentánsának tekintenünk. Az ütem csupán a szükséges válaszfüggvények kiszámításához

szükséges logikus sorrend kialakítását és leírását biztosító absztrakció.

Az alábbi "ütemeltérítési elv" kizárólag azt a praktikus követelményt szolgálja, hogy számológépi szimuláció alkalmával előbb kerüljön sor valamely "A" output kiszámítására, mint a "B" output kiszámítására, ha az utóbbihoz már szükség van "A"-ra, mint inputra.

Ütemeltérítési elv. Az s'' ütembe sorolt φ'' szükséges válaszfüggvény a t'' periódus s'' ütemében bocsátja ki outputját. A φ'' szükséges válaszfüggvény inputjában kizárólag olyan változó szerepelhet, amelyet valamely s' ütembe sorolt φ' szükséges válaszfüggvény a t' periódus s' ütemében bocsátott ki outputként, ahol vagy $t' = t'' - 1$, $s' > s''$, vagy $t' = t''$, $s' < s''$ ($t' \geq 0$; $t'' \geq 1$; $1 \leq s'$, $s'' \leq S$).

Amennyiben az ütemeltérítési elv alapján teljes rendezés adódik, úgy $S = B'$, azaz minden ütembe csak egyetlen szükséges válaszfüggvényt sorolunk. A fenti elv azonban rendszerint csak parciális rendezést biztosít. A következő két /egymást nem kizáró/ eset lehetséges:

a/ Egy-egy ütembe nem egy, hanem több szükséges válaszfüggvény kerül a fenti rendezési elv alapján, azaz $S < B'$. Ez esetben az azonos ütembe sorolt szükséges válaszfüggvények sorrendje tetszőleges lehet.

b/ Az ütemeltérítési elv alapján nem adódik egyértelműen, hogy valamely φ válaszfüggvényt melyik ütembe kell sorolni. Az elv alapján csak az adódott, hogy nem előbb az s sorszámú ütemnél és nem később az $s+L$ sorszámú ütemnél. Ilyenkor kizárólag az a követelmény, hogy - tetszőleges szempont figyelembevételével - valamelyikbe az $s, s+1, \dots, s+L$ sorszámú ütemek közül egyértelműen besoroljuk.

Az elmondottak alapján megfogalmazhatjuk a következő definíciót:

A szükséges válaszfüggvények ütembeosztását **r e g u - l á r i s** nak mondjuk, ha eleget tesz két feltételnek:

A/ kivétel nélkül minden szükséges válaszfüggvényt egyértelműen besoroltunk valamely ütembe és B/ a besorolás megfelel az ütemeltérítési elvnek.^{x/}

Példa. A periódus egy hónap. A periódust hét ütemre bontjuk. Ebből az első két ütem együttesen igénybeveszi az egész hónapot; ekkor zajlik le a termelés, a fogyasztás stb. - minden reáltevékenység. A 3.-7. ütemek a periódus lezárásának "utolsó pillanatában" mennek végbe. A 3.-7. ütemek nem fejeznek ki igazi időt, a szó naptári értelmében. Csupán azt jelzik, hogy meghatározott válaszfüggvényeket az 1-2. ütembeli válaszfüggvények után - de a következő periódusbeli válaszfüggvények előtt - kell kiszámítani.

Mindaz, amit a szükséges válaszfüggvények ütembeosztásáról elmondottunk, az alábbi feltevéseken alapul:

x/ Ezzel kapcsolatban egyetlen kivételt teszünk majd; ezt a 6. fejezet végén, a c/ pontban részletezzük.

2. feltevés. A periódusok sorozatában mindig ugyanazon B' darab szükséges válaszfüggvény kiszámítására kerül sor, periódusonként egyszer, azonos ütembeosztás szerint. /Ciklikusság, a ciklus állandósága./

A lehetséges, de nem szükséges válaszfüggvények ütembeosztására az általános modellben nem teszünk kikötéseket. Amennyiben ezek kiszámítása ismétlődő jellegű, ciklikus, úgy ezekre vonatkozóan is értelemszerűen biztosítani kell a szükséges válaszfüggvények reguláris ütembeosztásával analóg követelmények teljesítését.

A 2. feltevés értelme világosabbá válik majd a későbbiekben, a 6. fejezetben leírt "vegetatív működési processzus" megismerése után. Itt most csak a következő kommentárt fűzzük a feltevéshez:

A gazdaság meghatározott "alapl működései" - pl. termelés, szállítás, fogyasztás, raktározás, termékek cseréje, vétel, eladás, erőforrások elosztása stb. - folytonosak. Velük együtt folytonos a közvetlen tükrözésükre szolgáló közlések áramlása is /kalkulációk, elszámolások, pénzmozgás, operatív programkészítés stb./. Mindezek a folyamatok tulajdonképpen szimultán, egymás "mellett" mennek végbe. Mi azonban a szimulációs modellben úgy írjuk le őket, mintha meghatározott sorrendben, egymás után zajlanának le. Vagy pontosabban: előbb kerülnek kiszámításra egyes válaszfüggvények, majd e számítások eredményét már felhasználva további válaszfüggvények, majd ezek eredményét felhasználva ismét újabb válaszfüggvények és így tovább. A folyamatosság végeredményben abban jut kifejezésre, hogy e számítássorozatot újra és újra elvégezzük, a számítás ciklusa újra és újra megismétlődik, mindig ugyanabban a sorrendben.

A gazdaság működésének azonban van olyan oldala is, amely nem ilyen folyamatos. Hogy csak egy jellegzetes példát említsünk: éves terv kidolgozására ugyan minden évben sor kerül, de kidolgozásának megvan a maga önálló hosszabb ciklusa. Ha mondjuk a modell periódusának egy hónapot tekintünk, akkor ebbe a periódusba "nem fér bele" az éves tervezés jellegzetes saját ciklusának leírása. Ha modellünk specifikálásakor le akarjuk írni ezt a másik ciklust is, akkor további időbeli rendezéseket kell biztosítani a modellben szereplő összes válaszfüggvények között.

5. A modell változói

5.1. A változók idő-indexei

A modell minden változója mellett feltüntetjük mind a periódus, mind az ütem sorszáma utaló indexet.

A modell minden egyes változójának aktuális értékét legalább periódusról-periódusra kiszámítjuk. Ennek megfelelően a periódus sorszáma utaló első index futó-index, amely 0-tól a végtelenig, illetve a szimuláció leállításának periódus-sorszámáig fut.

Vannak olyan változók, amelyek aktuális értékét periódusonként csak egyszer számítjuk ki. Ezeknél a változóknál az ütem sorszáma utaló index rögzítve van; annak megfelelően, hogy melyik ütemben került sor a változó kiszámítására. A modell általános tárgyalásában nem írjuk le, hogy ez melyik ütem. Az ütem-index rögzítettségére azzal utalunk, hogy az s index fölé felülvonást teszünk: \bar{s} .

Más változóknál periódusonként többször kerül sor aktuális értékük kiszámítására /bár nem okvetlenül ütemről-ütemre/. Ezeknél a változóknál az ütem sorszáma utaló s index futóindex-ként szerepel. A modell általános tárgyalásában nem írjuk le, hogy e változóknál s milyen értékeket vehet fel.

A változók három fő osztályát különböztetjük meg: működési változók, memóriatartalom-változók és randomizáló változók.

5.2. A működési változó fogalma

A működési változó fogalma gyűjtőfogalom. A modell azon változóit soroljuk ide, amelyek az extern tényezők, az erőforrások, a termékek, az egységek, a reáltevékenységek és a közlés-típusok állapotait és operációit írják le.

A működési változó azonosítója után szögletes zárójelben utalunk a modellnek azokra az elemekre, amelyek állapotát, vagy operációt a működési változó leírja. A szögletes zárójelben szereplő indexek sorrendje a következő:

Az első index mindenkor a feladó egység sorszáma utal.

A második index mindig a címzett egység sorszáma utal. Egyes működési változók valójában nem lépnek ki a feladó egységből; ezeket **b e l s ő** működési változóknak nevezük. Ilyenkor a címzett egység sorszámaként a feladó egység saját sorszámát adjuk meg.

Ez a jelölésmód lehetővé teszi, hogy kivétel nélkül minden működési változót úgy kezeljünk, mint valamely feladó egység outputját és valamely címzett egység inputját.^{x/}

A működési változókról feltételezzük: a változó azonosítója után jelzett ütemben **g e n e r á l t a** a feladó

x/ Az output és az input fogalmát már érintettük a 3. fejezetben; végleges definíciójukat a 6. fejezetben adjuk meg.

egység; az ütem "végén" hagyta el a feladó egységet és még ugyanannak az ütemnek a végén meg is érkezett a címzett egységhez. A feladótól a címzethez való átmenet nem igényel időt. Ez összhangban van az ütemnek a 3. fejezetben adott értelmezésével: az ütemnek nem is kell okvetlenül fizikai értelemben vett időtartamot reprezentálnia.

A működési változókat két fő osztályba soroljuk: a **f i z i k a i** változók és a **k ö z l é s i** változók osztályába. A fizikai változók "megfogható", reális fizikai, műszaki, biológiai folyamatokat, ill. tárgyak mennyiségeit reprezentálják. Ezzel szemben a közlési változók nem reprezentálnak közvetlenül fizikai, műszaki, biológiai folyamatokat, tárgyak mennyiségét, hanem csupán ezek indirekt tükröződéseit, az ezekre vonatkozó információk áramlását írják le.

Példák. a/ Valamely termék felhasználását egy termelő reáltevékenység által fizikai változó, ennek a felhasználásnak pénzben kifejezett és az üzemi utókalkuláció által kimutatott költségeit közlési változó írja le. b/ Valamely termék tényleges átadását az 1. üzemből a 2. üzembe fizikai változó, az ezzel kapcsolatos számlát közlési változó írja le.

Egyes változóknál előjel-megszorításokat teszünk. Ezt a felsorolásban közöljük. Azoknál a változóknál, amelyeknél erre nem térünk ki külön, az általános modellben nincsen megszorítás az előjelre vonatkozóan.

Nem teszünk kikötést a működési változók folytonosságára vonatkozóan.

5.3. Fizikai változók.

Először a fizikai változókat soroljuk fel.

$p_{t,\bar{s}} [K+1, l, g]$ = az extern tényező intenzitása. A külvilág outputja és az l sorszámú transzformációs egység inputja. ($l = 1, \dots, K; g = 1, \dots, G$).

$q_{t,\bar{s}} [k, l, i]$ = erőforrás volumen. Elsődlegesen a külvilág ($k = K + 1$) outputja és az l sorszámú diszpozíciós egység inputja. ($k = K+1; l = 2F+1, \dots, 2F+I; i = 1, \dots, I$). Másodlagosan a k sorszámú diszpozíciós egység outputja és az l sorszámú transzformációs egységek inputja.

($k = 2F+1, \dots, 2F+I; l = 1, \dots, F;$

$i = 1, \dots, I$). Nem-negatív változó.

$u_{t,s} [k,k,j]$ = t e r m é k k é s z l e t . A k s o r -
számu transzformációs egység belső vál-
tozója.

($k = 1, \dots, F$; $j = 1, \dots, J$). Nem-negatív
változó.

$v_{t,s} [k,k,m,i]$ = e r ő f o r r á s - r á f o r d i t á s .

A k sorszámú transzformációs egység
belső változója: az m sorszámú reálte-
vékenység felhasználása az i sorszámú
erőforrásból. ($k = 1, \dots, F$; $m = 1, \dots, M [k]$;
 $i = 1, \dots, I$) Nem-negatív változó.

$w_{t,s} [k,k,m,j]$ = t e r m é k - r á f o r d i t á s .

A k sorszámú transzformációs egység
belső változója; az m sorszámú reálte-
vékenység felhasználása a j sorszámú
termékből. ($k = 1, \dots, F$; $m = 1, \dots, M [k]$;
 $j = 1, \dots, J$.) Nem-negatív változó.

$x_{t,s} [k,k,m,j]$ = t e r m é k - k i b o c s á t á s .

A k sorszámú transzformációs egység
belső változója; az m sorszámú reálte-
vékenység kibocsátása a j sorszámú ter-
mékből. ($k = 1, \dots, F$; $m = 1, \dots, M [k]$;
 $j = 1, \dots, J$). Nem-negatív változó.

A v , w és x változók a ráfordítások, ill. kibocsátások abszolút volumenét adják meg, nem pedig a reáltevékenység egységére eső ráfordítást és kibocsátást.

Az általános modellben nem vezetünk be külön változót a reáltevékenység terjedelmének reprezentálására. Amennyiben a rendszer leírásához ez praktikus szűkebb lenne, úgy a reáltevékenység terjedelme gyakorlatilag valamely jellemző ráfordítás, vagy kibocsátás volumenével mérhető.

$y_{t,\bar{s}}[k, l, j]$ = t r a n z a k c i ó . A j sorszámú termékből áthelyezett mennyiség, amelyet a k sorszámú egység ad át az l sorszámú egységnek ($k, l = 1, \dots, F$; $j = 1, \dots, J$). Nem-negatív változó. Tranzakció az egységen belül nem hajtható végre:

$$y_{t,\bar{s}}[k, l, j] = 0, \text{ ha } k = l .$$

A tranzakció "jogi" ügylet; termék átadása egyik transzformációs egység "birtokából" a másik "birtokába". Nem tévesztendő össze a szállítással, amely reáltevékenység.

5.4. Közlési változók

Rátérünk a közlési változók tárgyalására. Először megadjuk az általános jelölést.

$r_{t,s} [k, l, n]$ = k ö z l é s . A k sorszámú egységből az l sorszámú egységbe menő n -típusú közlés. ($k = 0, 1, \dots, K+1$; $l = 0, 1, \dots, K$; $n = 0, 1, \dots, N$). Az egység küldhet önmagának is közlési változót; mint látni fogjuk: a memóriában való tárolásra. Ez esetben $k = l$.

Példák. a/ A 2024. sorszámú közlés-típus: a 117. termék bruttó termelői ára. A feladó az Arhivatal, a 17. sorszámú egység; a címzett a Csavargyár, az 1417. számú egység. A közlési változó folytonos, nem-negatív; mértéke: Forint. Értéke a 17. periódus 4. ütemében legyen mondjuk a következő:

$$r_{17,4} [17,1417,2024] = 107.$$

b/ A 147. sorszámú közlés-típus: "tervjavaslat benyújtását előíró utasítás". Feladó: a Könnyűipari Minisztérium, a 24. sorszámú egység; a címzett a Textilfestőgyár, az 1525. sorszámú egység. A közlési változó Boole-típusú: "nem kérek javaslatot" = 0; "kérek javaslatot" = 1. Értéke a 28. periódus 3. ütemében:

$$r_{28,3} [24,1525,147] = 1,$$

azaz a Minisztérium tervjavaslatot kér.

A fenti két példából is kitűnik, hogy a közlési változó lehet egy konvencionális gazdasági mértékegységgel mért mennyiség /mint az a/ példában/, de lehet egyszerűen egy "kódjel" is (mint a b/ példában), amely valamely alternatív állapot, akció sorszáma utal.

Az utóbbi esetben a változó definiálásakor egyértelmű megfeleltetést kell teremteni egyrészt a kódjelek (példánkban: 0 és 1), másrészt a számbajövő alternatív állapotok, akciók, "minőségek" stb. között (példánkban: "nem kérek", ill. "kérek tervjavaslatot").

A közlési változók egy speciális osztályát **r e f - l e x i ó s** változóknak nevezzük. A reflexiós változókat az különbözteti meg a többi közlési változótól, hogy értékük pontosan megegyezik azoknak a fizikai változóknak az értékével, amelyet tükröznek. Megkülönböztethetünk **e l ő z ő - t e s , e g y i d e j ű** és **u t ó l a g o s** reflexiókat, attól függően, hogy a reflexiós változó előbb jelenik-e meg, mint az általa tükrözött fizikai változó, vagy egyidőben vele, vagy pedig később.

Példák. a/ A diszpozíciós egység "kiutal" meghatározott erőforrásvolument egy transzformációs egységnek /ez a fizikai változó/, s ezzel egyidőben értesíti erről a transzformációs egység gazdálkodási egységét /ez az egyidejű reflexiós változó/. b/ A transzformációs egységnél meghatározott ütemben bizonyos nagyságu termékészlet van /ez a fizikai változó/ - ezt jelenti a gazdálkodási egységnek /egyidejű reflexiós változó/.

Jelölés. A közlési változók általános jelölésmódjától eltérően itt harmadik indexként nem a közlés-típus sorszámát adjuk meg, hanem gömbölyű zárójelben közöljük annak a fizikai változónak a szimbólumát, idő-index-szekkel együtt, amelyet a reflexiós változó tükröz. Ez azonban kizárólag a könnyebb áttekintés céljait szolgálja; ettől függetlenül a reflexió-típusokat is be kell sorolni a közlés-típusok 0-tól N-ig menő sorszámozásába. A jelölést egy példán mutatjuk be: az erőforrás-eloszlást tükröző reflexión.

$q_{t,\bar{s}} [k, l, i]$ = a k sorszámú diszpozíciós egység által az l sorszámú transzformációs egységnek adott i sorszámú erőforrás volumene
($2F+1 \leq k \leq 2F+I$; $1 \leq l \leq F$;
 $1 \leq i \leq I$).

$r_{t,\bar{s}} \left[k, l+F, \left(q_{t,\bar{s}} [k, l, i] \right) \right]$ = a k sorszámú diszpozíciós egység által az l sorszámú egységhez tartozó $l+F$ sorszámú gazdálkodási egységnek adott értesítés a transzformációs egységnek adott i sorszámú erőforrásvolumenről.

E jelölésmód látszólag kényelmetlen, mert még több indexet szerepeltet az r azonosító mögött. Ennek ellenére célszerű, mert világossá, egyértelművé teszi: mi az a fizikai változó, amelyet reflexiós változó tükröz.

Amennyiben a reflexiós változó tömb, úgy a tömb rendező indexekre vonatkozó utalást nem tesszük ki az r azonosító után, hanem az leolvasható a harmadik index-ként, gömbölyű zárójelben közölt fizikai tömb-változó utalóiból.

5.5. A működési változó általános jelölése

Célszerű bevezetnünk a működési változók általános jelölését. Ez valamennyi p, q, u, v, w, x, y, r azonosítóju változó közös jelölése. Ehhez önkényesen sorbaszámozzuk valamennyi működési változó-típust. A működési változó-típus fogalmát következőképpen értelmezzük:

Az első N sorszámot kapják a közlés-típusok. A következő $N+1, \dots, H$ sorszámot kapják a fizikai változótipusok. Utóbbiaknál külön sorszámot kapnak azok, amelyek legalább egy sorszámban különböznek egymástól az extern tényező, az erőforrás, a termék és a reáltevékenység sorszámára utaló indexek közül. Viszont nem kapnak külön sorszámot, azaz nem minősülnek önálló működési változó-típusnak azok a változók, amelyek az extern tényezőre, az erőforrásra, a termékre,

ill. a reáltevékenységre utaló indexükben megegyeznek, s csupán abban különböznek egymástól, hogy más a feladójuk, ill. a címzettjük.

A működési változó-típus sorszáma a h indexszel utalunk. Az általános jelölés:

$z_{t,s} [k, l, h]$ = a k sorszámú egység, mint feladó által kibocsátott, az l sorszámú egység, mint címzett által kapott h -típusú működési változó.
($k = 1, \dots, K+1$; $l = 1, \dots, K$; $h = 0, \dots, H$).

Mint látjuk, a külvilág nem lehet címzettje egyetlen működési változónak sem.

5.6. Memóriatartalom

Az egység a dátaként "feljegyezheti" és memóriájában "tárolhatja" a hozzá bejött és a tőle kiment működési változók meghatározott periódusokban, ill. ütemekben felvett értékét. Az egység memóriájában minden időpontban meghatározott adatok együttesét tárolja. Ez az adategyüttes képezi az egység memóriatartalmát az adott időpontban.

A memóriatartalom a modell egyik változója.^{x/}

Jelölés. Az f sorszámú egység memóriatartalma ötméretű tömb. Rendező indexei:

t, s = a periódus és az ütem sorszáma. Értelmezésükre visszatérünk.

k = a feladó egység sorszáma. Ha az f egység valamely inputját tárolja a memória, úgy $k \neq f$; ha az f egység valamely outputjának "másolatát" tárolja a memória, úgy $k = f$.

l = a címzett egység sorszáma. Ha az f egység valamely inputját tárolja a memória, úgy $l = f$; ha az f egység valamely outputjának "másolatát" tárolja a memória, úgy $l \neq f$.

h = a tárolt működési változó típus-sorszáma.

^{x/} A működési változóknak az 5.2. szakaszban megadott definíciója szerint a memóriatartalom is működési változónak minősülne. Célszerűbbnek mutatkozik azonban elkülönített kezelése.

A működési változók és a memóriatartalom elhatárolása összefügg a folyamatokat leíró ("flow") és az állapotokat leíró ("state") változók elhatárolásának kérdésével. Ez az általános modell jelenlegi alakjában nincs még kellően tisztázva. A további elméleti kutatás során igyekeznünk kell ezt világosabban megoldani.

A memóriában tárolt adatok periódus- és ütemindexeivel kapcsolatban a következőket jegyezzük meg:

a/ Amennyiben az f egységhez címzett, inputként érkezett változó tárolásáról van szó, úgy a t, s indexek a beérkezés periódus-, ill. ütem-sorszámát adják meg: az adat a t periódus s ütemének végén érkezett a memóriába.

b/ Amennyiben az f egység által kiküldött, outputként feladott változó "másolatának" tárolásáról van szó, úgy a t, s indexek kiküldés periódus-, illetve ütem-sorszámát adják meg: az adat "másolata" a t periódus s ütemének végén érkezett a memóriába.

Mind az a/, mind a b/ jelölési konvenció azon a feltevésen alapul, hogy az adat memóriába-helyezése nem igényel fizikai időt; szimultán történik az input beérkezésével, ill. az output kiküldésével.

A memóriatartalom elrendezéséhez mindenképpen elégséges a felsorolt öt index. Ez persze nem jelenti azt, hogy minden konkrét modellben szükséges ötméretű tömbbel reprezentálni valamennyi egység memóriatartalmát, hanem esetleg elégséges lehet kevesebb rendező index is. Ha most - az általánosság kedvéért - mégis öt indexről szóltunk, úgy ezt abban a tudatban tettük, hogy az így leírt memória számos "rekesze" szükségképpen mindig üres. Van számos olyan egység, amelytől az f sorszámú egység sohasem kap inputot, s számos olyan egység is, amelynek sohasem ad outputot; egyes közlés-típusok nem szerepelnek nála soha sem inputként, sem outputként.

A későbbiekben még szó lesz az egység memóriafüggvényéről, amely leírja: mit tárol a memória. A memóriafüggvény rendszerint előírja a régebbi információk törlését ("felejtés"). Amennyiben ilyen törlést nem írna elő, úgy ez azt jelenti: az egység memóriatartalma t növekedésével egyre nő.

A memóriatartalom jelölésére alkalmazunk egy rövidített jelölést is, a tömb rendező indexeire való utalás elhagyásával.

$A_{t,s} [f] = A_{t,s}^{(t,s,k, l, h)} [f] =$ az f sorszámú egység memóriatartalma a t periodus s ütemének végén ($1 \leq f \leq K+1$).

A "memória" és ezzel összefüggésben a "memóriatartalom" fogalmát kétféle módon értelmezhetjük. Szűkebb értelemben jelenti valamely intézmény irásban rögzített ismeretanyagát az általa megfigyelt működési változók multbeli értékeiről. Ebben a szűkebb értelemben mondjuk az Országos Tervhivatal "memóriája": az irattárak és az íróasztalfiókok; a "memóriatartalom": az abban felhalmozott adatok.

A "memóriának" azonban van egy szélesebb értelme is. Jelenti azt a "raktárt", amelyben az egység multbeli tapasztalatait felhalmozza. A "memóriatartalom" mindaz a tapasztalat, tanulság, amelyet az egység multjából valóban megőrzött. Azt a tapasztalatot, tanulságot, amely viselkedését ma és a jövőben még befolyásolni képes.

A memóriatartalom szerepe világosabbá válik majd a 6. és 7. fejezetben, a válaszfüggvények és a működési processzus részletesebb tárgyalása során.

5.7. Randomizáló változók

A véletlen hatását a modellben **r a n d o m i z á l ó** v á l t o z ó k k a l írjuk le. Ezek egymástól összességükben független valószínűségi változók.

$\omega_{t,s} [d]$ = a d sorszámú véletlen tényezőnek a t periódus s ütemében fennálló befolyását leíró változó. ($d = 1, \dots, D$)

$\omega_{t,s}^{(d)}$ = az $\omega_{t,s} [d]$ randomizáló változókból, mint komponensekből álló vektor, amely a **v é l e t - l e n t** reprezentálja a modellben.

A randomizáló változókkal kapcsolatban rögzítjük a következő feltevést:

3. feltevés. $\omega_{t,s}^{(d)}$ nem függ sem a működési változóktól, sem az egységek memóriatartalmától.

A 3. feltevés némileg leegyszerűsíti a véletlen kezelését a modellben. Pl. ezen a feltevésen alapul a "randomizáló faktoroknak" az az egyszerű kezelése, amelyről majd a tanulmány III. részének 1.4. szakaszában lesz szó.

6. Az egység válaszfüggvényének általános alakja

Az alábbiakban részletesebben írjuk le az (1) formulában már jelzett válaszfüggvény általános alakját.

A következő jelölési konvenciót alkalmazzuk: a $t, s-1$ ütemindex az $s = 1$ esetben az előző periódusbeli utolsó ütemre, $t-1, S-re$ utal.

Az f sorszámú egység válaszfüggvényét tárgyaljuk. Az f sorszámú egység rendszerint nem valamennyi egységtől kap inputokat, hanem csupán azok meghatározott körétől. Nem valamennyi típusú működési változó érkezik be inputként, hanem csak meghatározott típusúak. Hasonlóképpen az f sorszámú egység outputjai nem mennek ki valamennyi egységhez, hanem csupán azok meghatározott köréhez. Nem valamennyi típusú működési változó megy ki outputként, hanem csak meghatározott típusúak. A leírás egyszerűsítése kedvéért eltekintünk attól, hogy a jelen általános tárgyalásban a feladó egység sorszámára utaló indexek $\{k\}$, a címzett egység sorszámára utaló indexek $\{l\}$ és a működési változó típus sorszámára utaló indexek $\{h\}$ halmazából kiemeljük és definiáljuk azokat a részhalmazokat, amelyekre az f sorszámú egység inputjában, illetve outputjában szereplő változók, k, l és h futóindexei értelmezve vannak. /Természetesen ez elkerülhetetlen lesz a modell specifikálása, konkretizálása esetén./

Az f sorszámú egység $\Psi[f]$ memóriafüggvénye a következő outputot állítja elő:

$$(2) \quad A_{t,s-1} [f] = \Psi [f] \left(A_{t,s-2} [f,] \right.$$

$$\left. z_{t,s-1}^{(k,-,h)} [f], t, \omega_{t,s-1}^{(d)} \right)$$

Verbális leírás. Az egység memóriatartalmát a memóriafüggvény alakítja ki. Az egység mindenkori memóriatartalma a következő tényezőktől függ:

1. Az egység megelőző ütembeli memóriatartalmától.
2. Az egységbe éppen beérkezett inputoktól.
3. Az időtől.
4. A véletlentől.

A memóriafüggvénynek alapvető szerepe van modellünkben. Valamely egység viselkedésére messzemenően jellemző, mit "memorizál", milyen a viszonya saját múltjához. A memóriafüggvénynek az egység "memorizálási stratégiáját", visszaemlékező képességét és hajlandóságát kell kifejeznie.

Lássunk néhány erősen leegyszerűsített példát. E példákban feltesszük, hogy a periódus 1 év. a/ A vállalat mindig csupán egy periódusra emlékezik vissza; 1964-ben csak 1963-ra, 1965-ben csak 1964-re stb. b/ A vállalat mindig tíz periódusra emlékezik vissza: 1964-ben az 1953 óta eltelt tíz évre, 1965-ben az 1954 óta eltelt tíz évre stb. c/ A vállalat egy rögzített időpont - mondjuk 1950 - óta minden adatát őrzi. d/ A vállalat nem minden adatot őrzi, hanem csak kiemelt adatokat. /Pl. nem termékenkénti, hanem csak vállalatra összesített adatokat./ e/ A vállalat nem évi bontásban tárolja az adatokat, hanem folyamatosan számítja azok tízéves átlagát; vagy a trendet stb.

Vegyük most sorra a függvény független változóit. Az 1. és 2. nem kíván magyarázatot: nyilvánvaló, hogy mondjuk a vállalat 1964. január 1-i memóriatartalom függ 1. az 1963. január 1-i memóriatartalomtól és 2. az 1963. folyamán bejött inputoktól. Viszont magyarázatot igényel a 3. és a 4. független változó.

Ad 3. Az egység "memorizálási stratégiájának" lehet valamilyen jellegzetes időbeli eltolódása. Pl. egyre hosszabb *multa* tekint vissza; vagy egyre mélyebb bontásban "memorizál" stb.

Ad 4. Az egység memóriatartalmára befolyást gyakorol a véletlen, "elfelejtés", pontatlanság, torzítás stb. formájában.

Az f sorszámú egységnek több *o u t p u t - f ü g g - v é n y e* van az s sorszámú ütembe sorolva. Először ezeknek a függvényeknek az együttesét írjuk le:

$$(3) \quad z_{t,s} [f, l, h] = \varphi [f] \left(A_{t,s-1} [f], t, \omega_{t,s}^{(d)} \right) .$$

Verbális leírás. Az egység outputja három tényezőtől függ:

1. Az egység pillanatnyi memóriatartalmától.
2. Az időtől.
3. A véletlentől.

Vegyük sorra a független változókat.

Ad 1. Mint látjuk, az egység outputja - ebben az általános alakban - nem függ közvetlenül az inputtól. Az input hatást gyakorol a memóriára, az egység állapotára és ebből vezetődik le az egység konkrét viselkedése, akciója. Ez azt jelenti, hogy nemcsak a pillanatnyi befolyások alakítják ki az egység működését, hanem ezek hozzáadódnak a "multához" és együttesen

alakítják ki az egység magatartását. Hogy a pillanatnyi befolyásnak és a mult hatásának mi a része, azt egyrészt a ψ memóriafüggvényben kell kifejezésre juttatnunk /mit "jegyez meg" az "egység"/ részben pedig a φ outputfüggvényben /mire következtetett abból, amit megjegyzett, hogyan reagált a multa és a pillanatnyi impulzusokra/. A φ függvényben jut tehát kifejezésre az egység "tehetetlensége", multbeli viselkedésének egyszerű megismétlésére való hajlandósága, vagy pedig "mozgékony-sága", a multtól való elszakadási készsége. E tehetetlenség formalizálására egyszerű példát hoz majd a III. rész 1.5. szakasza.

Ad 2. Az időtől való függés azt fejezi ki, hogy az egység viszonya a memóriatartalomhoz az idő függvényében jellegzetesen változhat. /Pl. egyre "tehetetlenebb", vagy "mozgékonyabb" lesz stb./

Ad 3. A véletlen nemcsak arra hat, mit "jegyezzen meg" az egység, hanem arra is, hogyan reagáljon memóriatartalmára.

Ezek után külön is le akarunk írni az s ütembe sorolt output-függvények közül egyet, a b sorszámút ($b = 1, \dots, B [f]$). E függvényt $\varphi [f, b]$ -vel jelöljük.

$$(4) \quad z_{t,s} [f, l, h] = \varphi [f, b] \left(A_{t,s-1} [f,] t, \omega_{t,s}^{(d)} \right).$$

Verbális leírás. A (3) formula megadta a t, s ütem összes válaszfüggvényeinek együttesét. Itt most ezek közül kiemeltünk egyet.

A (2) és (4) függvényekből összetett függvényt nevezük válaszfüggvénynek:

$$\begin{aligned} z_{t,s} [f, l, h] = \\ (5) \quad &= \varphi[f, b] \left(\psi[f] \left(A_{t,s-2} [f], z_{t,s-1}^{(k,-,h)} [f], \right. \right. \\ &\left. \left. t, \omega_{t,s-1}^{(d)}, t, \omega_{t,s}^{(d)} \right) \right). \end{aligned}$$

Verbális leírás. A válaszfüggvénynek ez az alakja egyetlen formulába vonja össze a (2) és a (4) formulákat. Értelmezése adódik az előbbiekből.

A $z_{t,s-1}^{(k,-,h)} [f]$ inputra az egység a $z_{t,s}^{(-,l,h)} [f]$ outputtal válaszol. Az input, ill. output kifejezésekkel azonos értelemben használjuk a bemenő, ill. kimenő változó kifejezéseket is.

A további tárgyalásban kikötjük a válaszfüggvény-együttes meghatározott szükséges tulajdonságait. E tulajdonságok ahhoz szükségesek, hogy egyrészt a gazdaság működési processzusa számológépre programozható legyen, másrészt pedig kifejezésre juttassa a rendszer valószínű működési processzusának okvetlenül fennálló, triviális tulajdonságait.

Az alábbiakban megadjuk a szükséges A. tulajdonságot, amelyet valamennyi válaszfüggvénytől meg kell követelni. /A későbbiekben olyan szükséges B.-F. tulajdonságokat írunk le, amelyeket csak a válaszfüggvények meghatározott osztályaitól követelünk meg./

A válaszfüggvény-együttes szükséges A. tulajdonsága.

Minden válaszfüggvény véges algoritmussal kiszámítható.

Amennyiben a rendszert jól tükröző válaszfüggvényre - adott ismereteink mellett - nem állna fenn az A. tulajdonság, úgy olyan közelítő másik függvénnyel kell pótolni, amelyre az A. tulajdonság fennáll. Pl. végtelen iteratív eljárás esetén, amely csupán konvergál a válaszfüggvény aktuális értékéhez, meg kell adni egy kritériumot, amelynek alapján az iteratív eljárás véges számú lépés után leállítható. /Pl. meghatározott lépésszám után stb./

Megjegyzés. Az A. tulajdonsághoz azért kell ragaszkodnunk, hogy a rendszer gépi szimulációja gyakorlatilag megoldható legyen. Egyébként ez nem egyszerűsítés a valósághoz képest, hiszen a valóságban is minden impulzusra véges időtartamon belül "válasz" születik.

A (2) - (5) formulák megadják modellünk válaszfüggvényének általános alakját. Ehhez a következő, kiegészítő észrevételeket kell fűznünk:

a/ A külvilágnak, per definitionem, nincs inputja a többi egységtől. Ezért csupán átvitt értelemben, az egyöntetűség kedvéért beszélhetünk "válasz"-függvényről. A külvilág működését leíró függvények kizárólag az időtől, a véletlentől és saját korábbi outputjaitól függnék.

b/ Ugyancsak csupán átvitt értelemben, az egyöntetűség kedvéért beszélhetünk a külvilág "memóriájáról", "memória-

tartalmáról". A külvilág működését leíró függvényekben az argumentumok között szereplő $A_{t,s} [K+1]$ arra utal, hogy a külvilág outputja függ korábbi, a t periódus előtt outputjaitól is. A $\varphi [K+1]$, ill. $\psi [K+1]$ függvények írják le e függés természetét.

c/ A (3) - (5) formulákban ütem-eltolódás van input és output között. Ez alól egyetlen kivételt teszünk. A rendszer működésének leírásakor szerepelnek olyan kifejezések, amelyek baloldalán outputként egyidejű reflexiós változó szerepel, jobboldalán pedig inputként az ennek megfelelő fizikai változó; mégpedig olyan fizikai változó, amelyet ugyanaz az egység generált outputként, mint amely most az egyidejű reflexiós változót kibocsátja. Itt egy egyszerű azonossággal van dolgunk, amelyben az output és az input per definitionem azonos ütembe van sorolva.

Amint arra már utaltunk, ezt az esetet - kivételképpen - összeférhetőnek minősítjük az ütembeosztás regularitásával.

7. A vegetatív működési processzus

7.1. A tárgyalás szempontjai

A most következő fejezetben leírjuk mindazt, ami - az általánosság korlátozása nélkül - az egységek válaszfüggvényeiről, a rendszer működéséről elmondható. Minden gazdasági rendszer folyamatosan működteti reáltevékenységeit. Ezért a jelen fejezetben a működésnek azokat az oldalait írhatjuk le, amelyek a reáltevékenységek végrehajtásához szorosan kapcsolódnak, azaz a reáltevékenységek előkészítését, lefolyását és közvetlen konzekvenciáit leíró változókat és az azokat összekapcsoló válaszfüggvényeket. /Ezt nevezzük majd a gazdasági rendszer "vegetatív működési processzusának". A pontos definíciót a 7.4. szakaszban fogjuk megadni./ Viszont nem térhetünk ki a gazdálkodási egységek egymásközti közlésáramlásának leírására, mert arról - annak megállapításán túl, hogy van - kutatásunk jelen állapotában nem mondhatunk semmi általánosat.^{x/} Leírásunk tehát azokra a változókra és válaszfüggvényekre szorítkozik, amelyek valamennyi - az általunk most vizsgált széles modell-osztályba beletartozó - konkrét modellben feltétlenül szerepelnek. Egy-egy konkrét modellben a most leírásra kerülőkön felül további változók és válaszfüggvények is szerepelhetnek.

x/ Az általános modell továbbfejlesztésének egyik fő feladata: a közlésáramlás esetleges általános jellegzetességeinek modellezése.

Az elmondottakhoz igazodik a jelen fejezetben leírt ütembeosztás. A periódus 7 ütemből áll. Ez az ütembeosztás ugyanis eleget tesz a regularitás követelményeinek, azoknak a válaszfüggvényeknek a besorolásánál, amelyeket a jelen fejezetben leírunk. A konkrét modellekben sok esetben ennél több ütemre van szükség, annak érdekében, hogy a gazdálkodási egységek egymásközti közlés-áramlásának sorrendjében is megfelelő regularitást biztosíthassunk. Mindenesetre $S > 7$ esetén nehézség nélkül elvégezhető a jelenleg 7 ütembe sorolt válaszfüggvények új besorolása.

A leírás komplett modellre vonatkozik. Nem-komplett konkrét modell esetén értelemszerűen elmaradnak egyes válaszfüggvények. Ezzel együtt esetleg elégséges lehet 7-nél kevesebb ütem is.

A hét ütem tárgyalásának sorrendje közömbös, tekintettel a működés ciklikus jellegére. A leírásban 1. és 2. ütemként a reáltevékenységek végrehajtását adjuk meg; a 3.-7. ütem a reáltevékenységekről beszámoló jelentésekkel és az új periódus előkészítésével kapcsolatos. Tulajdonképpen csak az 1. és 2. ütem igényel együttesen igazi fizikai időt, a periódus egész időtartamát. A 3.-7. ütemben fizikai idő igénybevétele nélkül, a periódus "utolsó pillanatában" lezajló számítások szerepelnek.

A leírás fő feladata a válaszfüggvények részletesebb ismertetése. Nincs azonban szükség arra, hogy ezt mindig

az (5) formulához hasonló alakban tegyük. Ehhez képest a következő egyszerűsítéseket, illetve kiegészítéseket tesszük:

a/ Az f sorszámú egységhez az s ütemben egy meghatározott $z_{t,s}^0 [k^0, f, h^0]$ bemenő változó érkezik. Ezt memóriájában tárolja; mégpedig - e változóra vonatkozóan - a $\psi [f]$ memóriafüggvény teljes és pontos tárolást ír elő. Később, az $s+L$ ütemben az egység az említett változó értékét leíró adatot kiveszi a memóriából és felhasználja egy válaszfüggvényben, amelynek outputja: $z_{t,s+L}^\Delta [f, t^\Delta, h^\Delta]$. Felesleges lenne ilyen esetben - a jelen tárgyalásban - a memória közvetítő szerepét feltüntetni. Ehelyett a $z_{t,s+L}^\Delta [f, t^\Delta, h^\Delta]$ outputot közvetlenül a $z_{t,s}^0 [k^0, f, h^0]$ input függvényében adjuk meg.

A memória tehát csak ott szerepel expliciten a válaszfüggvény argumentumában, ahol nem ilyen egyszerű és közvetlen a kapcsolat egy korábbi input és egy későbbi output között. (Tehát pl. ha a $\psi [f]$ memóriafüggvény értelmében valamilyen összevont, vagy torzított formában került az adat a memóriába, stb.)

b/ Megadjuk a válaszfüggvény lehetséges és szükséges inputjait és outputjait. Ezen valamely **komplett modellben szereplő**

$\varphi_{t,s} [f, b]$ válaszfüggvény esetében a következőket értjük:

A $\varphi_{t,s} [f, b]$ válaszfüggvény **l e h e t s é g e s** inputja minden olyan $z_{t,s} [k, f, h]$ bemenő változó, amelyre a válaszfüggvény értelmezve van. Az input beérkezési

üteme lehet $s' = s-1$; de lehet $s' < s-1$, feltéve, hogy utóbbi esetben az f egységbe való beérkezés után a memóriában változatlan formában tárolják, a $\varphi_{t,s} [f,b]$ válaszfüggvényben való felhasználás céljára. (Lásd a fenti a/ megjegyzést.)

A $\varphi_{t,s} [f,b]$ válaszfüggvény szükséges inputja olyan lehetséges input, amelynek beérkezése nélkül a válaszfüggvény egyedüli outputja $z_{t,s} [f, l, 0]$ minden l -re; azaz üres közlés minden címzettnek. Ha ez bekövetkezik, azt mondjuk: az egység leállt.

A $\varphi_{t,s} [f,b]$ válaszfüggvény lehetséges outputja a függvény értékkészlete; minden olyan kimenő változó, amelyet generálni képes.

A $\varphi_{t,s} [f,b]$ válaszfüggvény szükséges outputja az a lehetséges $z'_{t,s} [f, l^0, h]$ kimenő változó, amelyet ki kell bocsátania, hogy a címzett l^0 egység legkésőbb a következő periódusban le ne álljon, mert szükséges inputja nem érkezett meg. Ez azonban nem minden címzetre, hanem csak azok meghatározott körére vonatkozik /erre utal az l^0 megkülönböztetés/. Azokra a címzettekre, akik maguk is feladói az f egység valamely szükséges inputjának. Ha tehát az f egység a t periódus s ütemében nem bocsátja ki a $z'_{t,s} [f, l^0, h]$ kimenő változót, úgy legkésőbb a $t+2$ periódusban maga is leáll.

Az áttekintés megkönnyítésére a lehetséges és szükséges inputokat és outputokat egyszerre adjuk meg, táblázatos formában, a 7.3. szakaszban.

A lehetséges outputok olyan működési változók, amelyeket a rendszer egységei egyáltalán kibocsátani képesek; a lehetséges inputok pedig olyan működési változók, amelyeket az egységek egyáltalán képesek "megérteni". A szükséges inputok és outputok szerepe még nevezetesebb; ezek nélkülözhetetlenek; valamennyi szükséges input és output elmaradása esetén legfeljebb két perióduson belül leáll a rendszer.

7.2. A hét ütem leírása

1. ütem

Az 1. és 2. ütem kizárólagos szereplői a transzformációs egységek; itt zajlanak le a reáltevékenységek. Az f sorszámú transzformációs egységgel foglalkozunk ($f = 1, \dots, F$).

A reáltevékenységekkel kapcsolatban a következő feltevést alkalmazzuk:

4. feltevés. Rögzített $v_{t,s}^{(-,-,-,1)} [f,f,m_0]$ és rögzített $w_{t,s}^{(-,-,-,j)} [f,f,m_0]$ mellett $x_{t,s}^{(-,-,-,j)} [f,f,m_0]$ nem függ $v_{t,s}^{(-,-,-,1)} [k,k,m]$ -től, $w_{t,s}^{(-,-,-,j)} [k,k,m]$ -től és $x_{t,s}^{(-,-,-,j)} [k,k,m]$ -től ($1 \leq m_0 \leq M[f]$; $k = f, m_0 \neq m$; $m = 1, \dots, M[f]$ vagy $k \neq f, m = 1, \dots, M[k]$). /A reáltevékenységek s z e p a r a b i l i t á s a ./

Verbális leírás. Amennyiben egy adott periódusra rögzítettük, végérvényesen megszabtuk valamely reáltevékenység minden egyes ráfordítását, akkor e reáltevékenység kibocsátása nem függ attól, mi történik a többi reáltevékenységgel /akár ugyanabban a transzformációs egységben, akár másban/. Vagyis nem függ attól, milyen terjedelemben, milyen ráfordításokkal mennek végbe azok.

Ugyanezt a feltevést alkalmazza a matematikai programozás. Az angolszász közgazdasági irodalom e feltevést úgy nevezi: nem érvényesül "externality".

A feltevés alkalmazását a modell kezelésének egyszerűsítése indokolja. Nem jelenti az általánosság erős megszorítását, ha a termékeket és a reáltevékenységeket alkalmasan definiáljuk. Amennyiben több processzus hatása együttesen érvényesül, akkor ezeket közös reáltevékenységnek kell tekinteni; a közös hatást közös terméként kell leírni.

A transzformációs egység memóriatartalma - a 4. feltevésből következően - reáltevékenységenként elkülöníthető.

Jelölés: $A_{t,s} [f,m]$ ($m = 1, \dots, M [f]$).

A t periódusbeli reáltevékenységek végrehajtásának leírásához vissza kell nyulnunk a $t-1$ periódus végéhez. Ez ugyan később ismétlésekhez vezet, mégis elkerülhetetlen, egyes jelölések bevezetéséhez.

Az előző periódus 6. ütemének végén küldte az i sorszámú erőforrás ($i = 1, \dots, I$) elosztásáért felelős δ_i sorszámú diszpozíciós egység ($2F+1 \leq \delta_i \leq 2F+I$) az f transzformációs egységnek a $q_{t-1,6} [\delta_i, f, i]$ erőforrásvolument.

Az előző periódus 7. ütemének végén küldte az f egység szabályozásáért felelős $f+F$ sorszámú gazdálkodási egység az erőforrás-ráfordítási utasítást, valamint a termék-ráfordítási utasítást az f transzformációs egységnek. Ezek reflexiós változók; a transzformációs egység t periódusbeli erőforrás-ráfordításainak és termék-ráfordításainak előzetes reflexiói.

Jelölés:

$$r_{t-1,7} \left[f+F, f \left(v_{t,1}^{(-,-,-,i)} [f, f, m] \right) \right] = \text{az}$$

erőforrás-ráfordítási utasítás.

$$r_{t-1,7} \left[f+F, f \left(w_{t,1}^{(-,-,-,j)} [f, f, m] \right) \right] = \text{a ter-}$$

mék-ráfordítási utasítás.

Végül ugyancsak az előző periódus 7. ütemében küldte meg a külvilág a transzformációs egység számára az extern tényezőknek a következő periódusban ható intenzitását:

$$p_{t-1,7}^{(-,g)} [K+1, f] -t.$$

Itt különösen szembeűnő, hogy a változó mellett szereplő periódus- és ütemindex a változó megküldésének idejét adja meg. Valójában az extern tényező $t-1,7$ időindex-szekkel jelzett intenzitása a t periódusban, annak 2. ütemében ható intenzitást adja meg. Azért "érkezik meg" az előző periódusban, hogy a t periódus első pillanatától kezdve hathasson.

Hasonló a helyzet a ráfordítási utasításokkal.

Rátérve most már a transzformációs egységre: a tényleges erőforrás-ráfordítás és a tényleges termék-ráfordítás megegyezik a ráfordítási utasításokkal.

$$(6) \quad v_{t,1}^{(-,-,-,i)} [f,f,m] = r_{t-1,7} \left[f+F,f \left(v_{t,1}^{(-,-,-,i)} [f,f,m] \right) \right]$$

$$(7) \quad w_{t,1}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] = r_{t-1,7} \left[f+F,f \left(w_{t,1}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] \right) \right].$$

Verbális leírás. A (6) és (7) formulák kifejezésre juttatják azt, hogy a ráfordítási utasításokat reprezentáló reflexiós, közlési változókkal egybeesnek a tényleges ráfordítások.

Ez nem azt jelenti, hogy a ráfordítások alakulásában nem juthat szerephez az idő, a véletlen, az extern tényezők. Mindezeket a hatásokat azonban majd a (24) formulában írjuk le; abban a válaszfüggvényben, amely a ráfordításokat generálja.

2. ütem

A transzformációs egységben minden reáltevékenységhez egy-egy $\mathcal{F}[f,m]$ transzformációs függvény tartozik ($m = 1, \dots, M[f]$), amely a következő outputot állítja elő:

$$x_{t,2}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] =$$

$$(8) \quad \mathcal{D} [f,m] \left(A_{t-1,7} [f,m] , v_{t,1}^{(-,-,-,i)} [f,f,m] , \right.$$

$$\left. w_{t,1}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] , p_{t-1,7}^{(-,g)} [K+1,f] , t , \omega_{t,2}^{(d)} \right) .$$

Azt a processzust, amelynek során az m sorszámú reáltevékenység a (8) függvény argumentumában szereplő v erőforrásráfordításokból és w termék-ráfordításokból az x termékkibocsátásokat előállítja, **t r a n s z - f o r m á c i ó** nak nevezzük.

Periódusonként egy transzformáció megy végbe. Ez a modell periódicitásának "fizikai" tartalma.

Verbális leírás. A transzformációs függvény leírja, mitől függ a fizikai termék-kibocsátás. A független változók rendje:

1. A memóriatartalom.
2. Az erőforrás-ráfordítások.
3. A termék-ráfordítások.
4. Az extern tényezők.
5. Az idő.
6. A véletlen.

A transzformációs függvény a közgazdasági irodalomban "termelési függvényként" ismert összefüggés általánosított alakja.

Vegyünk pl. egy jellegzetes termelési függvényt, az általánosított Cobb-Douglas-Solow-féle függvényt:

$$x = e^{\lambda t} \prod_{i=1}^I v_i^{\alpha_i}$$

Láthatjuk, hogy ez a (8) transzformációs függvény egy speciális esete. A termékkibocsátás, x függ az erőforrás-ráfordításoktól, v -től és függ az időtől, t -től. Viszont feltételezi, hogy a termékkibocsátás nem függ a kibocsátó egység "multjától", "tehetetlenségétől" /azaz az egység "memóriatartalmától"/, nem függ extern tényezőktől, s nem függ a véletlentől.

A transzformációs függvény (8) szerinti, valamint a termékek és reáltevékenységek fogalmának a 3.1. szakaszban adott értelmezése módot ad arra, hogy ne csak termelést, hanem szállítást, beruházást, raktározást, fogyasztást is leírjunk a \mathcal{J} függvényvel. Ezt néhány példán mutatjuk be.

a/ Szállítás esetén a termék-ráfordítás egy budapesti termék, a termék-kibocsátás egy szegedi termék. b/ A beruházás termék-ráfordítása, többek között, egy 60 %-os készenléti foku épület, kibocsátása, többek között, egy 80 %-os készenléti foku épület. c/ A raktározás termék-ráfordítása egy termék a t periódus kezdetekor, kibocsátása egy termék a $t+1$ periódus kezdetekor. d/ A fogyasztás kezelhető "improduktív" transzformációként: ráfordítása a fogyasztási cikk, kibocsátása nulla. Vagy kezelhető "produktív" transzformációként: ráfordítása a fogyasztási cikk, kibocsátása egy speciális "termék": a munkaerő. Előbbi esetben a munkaerő felhasználása erőforrás-ráfordításnak minősül; utóbbi esetben a munkaerő ráfordítása termék-ráfordításként kezelendő.

A transzformációs függvény szükséges tulajdonságai.

$$\text{Ha } v_{t,1}^{(-,-,-,i)} [f,f,m] = 0 \text{ és } w_{t,1}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] = 0,$$

$$\text{akkor } x_{t,2}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] = 0.$$

A fenti tulajdonság: a válaszfüggvény-együttes szükséges B. tulajdonsága.

Verbális leírás. A B. tulajdonság egy triviális követelményt fejez ki, amelyet minden specifikált transzformációs függvény-nyel szemben támasztanunk kell: "semmitől nem lehet valamit csinálni".

A válaszfüggvény-együttes szükséges C. és D. tulajdonsága, hogy teljesülnie kell az alábbi két feltételnek:

$$(9) \sum_{m=1}^{M[f]} v_{t,1} [f, f, m, i] = q_{t-1,6} [\delta_{1,f,i}] \quad i=1, \dots, I$$

$$(10) \sum_{m=1}^{M[f]} w_{t,1} [f, f, m, j] = u_{t-1,6} [f, f, j] \quad j=1, \dots, J$$

A (9) és (10) feltétel teljesüléséhez általában szükséges, hogy a transzformációs egységhez rendelt reáltevékenységek között szerepeljenek "erőforrás-parlagonhevertező", ill. "termék-megsemmisítő" reáltevékenységek.

Verbális leírás. A C. és D. tulajdonság két követelményt fejez ki, amelyet minden specifikált transzformációs függvény-nyel szemben támasztanunk kell:

Ad C. Nem lehet több erőforrást felhasználni, mint amennyi az egységben rendelkezésre áll.

Ad D. Nem lehet több terméket felhasználni, mint amennyi az egység termékkészlete.

A követelményeknek ez a megfogalmazása tulajdonképpen azt kíváná, hogy a (9) és (10) formulákat ne egyenlőség, hanem egyenlőtlenség, felső korlát formájában fogalmazzuk meg. Modelleinkben azonban - a matematikai programozás "slack" változóival analóg módon - "erőforrás-parlagon-hevertető", ill. "termék-megsemmisítő" változókat szerepeltetünk. Ezek léte miatt jogosult a követelményeket egyenlőség formájában megformuláznunk.

A B., C. és D. tulajdonságok közgazdasági szempontból magátólértéktűdők. Eppen ezért biztosítani kell bármely rendszer szimulációjakor, hogy ezek az elemi követelmények okvetlenül teljesüljenek, tehát a modell reális rendszert írjon le. Mivel azonban a szimulációban véletlen tényezőket is hatni engedünk, a három követelmény teljesítése nem mindig oldható meg egykönnyen.

A (9) és (10) feltételek teljesüléséhez egyrészt a $\mathcal{D}[f,m]$ transzformációs függvényeknek kell alkalmas tulajdonságokkal rendelkezniök. Ez azonban nem elég; a ráfordítási utasításoknak is megfelelőeknek kell lenniök. Erről majd a 7. ütem tárgyalásakor lesz szó.

(10)-ből kitűnik, hogy a $t-1$ periódus végén fennálló - mondjuk j_0 sorszámú ($1 \leq j_0 \leq J$) - $u_{t-1,6} [f,f,j_0]$ termékkészlet a t periódusban teljes egészében ráfordítássá válik. a/ Vagy egy termelési, szállítási stb. reáltevékenység ráfordításává, amely részben vagy egészében más j sorszámú ($j \neq j_0$) terméké alakítja át. b/ Vagy egy fogyasztási, esetleg "termék-megsemmisítési" reáltevé-

kenység ráfordításává, amely felhasználja, de nem alakítja át más termékké. c/ Vagy egy raktározási reáltevékenység ráfordításává, amely azonos j_0 sorszámú, de a $t+1$ periódus kezdetén fennálló termékké alakítja át. Tehát valamilyen reáltevékenység közbejöttes nélkül nem jelenik meg semmilyen $u_{t,2} [f,f,j_0]$ termékkészlet a transzformáció után.

3. ütem

a/ A transzformáció után a j sorszámú termékből ($j = 1, \dots, J$) fennálló termékkészletről az f sorszámú transzformációs egység ($1 \leq f \leq F$) jelentést küld a j termék elosztásáért felelős e_j sorszámú tranzakciós egységnek ($2F+I+1 \leq e_j \leq K$). Ez utólagos reflexiós változó.

$$\begin{aligned} r_{t,3} \left[f, e_j, \left(u_{t,2} [f, f, j] \right) \right] &= \\ (11) \quad &= u_{t,2} [f, f, j] = \sum_{m=1}^{M[f]} x_{t,2} [f, f, m, j] \quad . \end{aligned}$$

Verbális leírás. A készletekről adott jelentés megegyezik a tényleges készletekkel.

A tranzakció - azaz egyik egységtől a másik egységhez történő termék-átadás - során érvényesülnie kell majd annak a triviális feltételnek, hogy az egység nem adhat át többet, mint amennyivel rendelkezik. Ennek érdekében, hogy a szimulációs modell működtetése során e feltétel érvényesüljön, tökéletesen pontos jelentésre van szükség.

b/ A transzformáció jellemzőit, $v_{t,1} [f,f,m,i]$ -t, $w_{t,1} [f,f,m,j]$ -t és $x_{t,2} [f,f,m,j]$ -t, minden m -re, i -re és j -re át kell adni a transzformációs egység saját memóriájának, amely azt a $\psi [f,m]$ memóriafüggvények szerint tárolja. Ez befolyásolja majd a $t+1$ periódusbeli transzformációt, a (8) transzformációs függvény értelmében.

c/ Az f sorszámú transzformációs egységben végbemenő transzformációt megfigyeli az ω szabályozó, $f+F$ sorszámú gazdálkodási egység. Ez abban fejeződik ki, hogy reflexiós változókat kap:

$$(12) r_{t,3} \left[f, f+F, \left(v_{t,1}^{(-,-,-,i)} [f,f,m] \right) \right] = v_{t,1}^{(-,-,-,i)} [f,f,m]$$

$$(13) r_{t,3} \left[f, f+F, \left(w_{t,1}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] \right) \right] = w_{t,1}^{(-,-,-,j)} [f,f,m]$$

$$(14) r_{t,3} \left[f, f+F, \left(x_{t,2}^{(-,-,-,j)} [f,f,m] \right) \right] = x_{t,2}^{(-,-,-,j)} [f,f,m]$$

Verbális leírás. A transzformációs egység által saját gazdálkodási egységének adott reflexió pontosan tükrözi a ténylegesen végbement erőforrás-ráfordítást, termék-ráfordítást és termék-kibocsátást.

d/ Esetleg más l sorszámú gazdálkodási egységek ($F+1 \leq l \leq 2F$; $l \neq f+F$) is kapnak - megfigyelés céljára - reflexiós változókat.

A fenti c/ és d/ pontban tárgyalt **m e g f i g y e -**
l é s e l kapcsolatban a következő eljárást alkalmaztuk:

Feltettük, hogy a transzformáció megfigyelését a transzformációs egységtől, mint feladótól a megfigyelést végző gazdálkodási egységhez, mint címzetthez menő utólagos reflexiós változók írják le. Ez azt jelenti, hogy a megfigyelést közvetítő közlés pontos. A megfigyelés esetleges pontatlanságának, torzulásának a megfigyelést végző egység válaszfüggvényében kell kifejezésre jutnia.

4. ütem

A 4. ütemben generálja - a 3. ütemben kapott jelentések figyelembevételével - a j sorszámú termék elosztásáért felelős e_j sorszámú tranzakciós egység a j termékre vonatkozó **t r a n z a k c i ó s u t a s i t á s t**. Ez előzetes reflexiós változó. Jelölés:

$$r_{t,4} \left[e_{j,f}, \left(y_{t,5} [f, l, j] \right) \right] = \text{az } f \text{ sorszámú}$$

transzformációs egységnek adott, a j termékre vonatkozó tranzakciós utasítás ($1 \leq l \leq F; l \neq f$).

A jelölés egyszerűsítésére feltételezzük, hogy a tranzakciós egység akkor is ad tranzakciós utasítást, ha a végrehajtandó tranzakció $y_{t,5} [f, l, j] = 0$.

Nevezzük azt a válaszfüggvényt, amelynek outputja a tranzakciós utasítás, tranzakciós utasítási függvénynek és jelöljük $\alpha [e_j]$ -vel.

$$r_{t,4} \left[e_j, f, (y_{t,5} [f, l, j]) \right] =$$

$$(15) \cdot \alpha [e_j] \left(A_{t,3} [e_j], r_{t,3} \left[1, e_j, (u_{t,2} [1, 1, j]) \right], \dots, \right.$$

$$\left. r_{t,3} \left[F, e_j, (u_{t,2} [F, F, j]) \right], t, \omega_{t,4}^{(d)} \right).$$

Verbális leírás. A tranzakciós utasítási függvény szabályozza: mennyit adjon át a j sorszámú termékből az f sorszámú transzformációs egység az l sorszámú transzformációs egységnek.

A független változók:

1. A tranzakciós egység memóriatartalma.
2. A transzformációs egységektől érkezett készletjelentések.
3. Az idő.
4. A véletlen.

Mindenekelőtt az α függvény outputját kell kommentálni. Itt nem valamilyen "ajánlásról" van szó, hanem szabályozásról. E függvény outputja azt írja le, mennyit ad majd tényleg át az f egység az l egységnek. Amennyiben pl. a tranzakciós egység egy inperzonális piaci processzus, úgy az α függvény outputja e piaci processzus végeredménye.

A tranzakcióval kapcsolatos bizonytalanságok az outputnak, a tranzakciós utasításnak a meghatározásában játszanak szerepet. Maga

az utasítás azonban már nem bizonytalan; ez az a szám, ami a következő ütemben valóban megvalósul. Azért írjuk le közlési /és nem fizikai változóval/, mert - absztraktnan - úgy képzeljük, mintha a tranzakciós egység erre vonatkozó utasítást adna a két érdekelt transzformációs egységnek, s azután ők lebonyolítják egymásközt a tranzakciót, annak fizikai oldalát. Tehát pl. a "szerzám-géppiac" /ahol a szerzám-gépvétel- és eladás kialakul/ mintegy "utasítja" a gép vevőjét és eladóját, hogy hajtsák végre az ügyletet.

A tranzakció nagysága a következőktől függ:

Ad 1. A memóriatartalomtól. Ebben megjelenhet egyrészt a "mult", pl. szokásos vevői-eladói kapcsolatok, kialakult termelési gyakorlat stb. De megjelenhetnek különböző változók is.

Az $A_{t,3} [e_j]$ memóriatartalom tartalmazhatja a következő lehetséges /de nem szükséges/ inputokat:

- Közlési változók gazdálkodási egységektől;
- Közlési változók más tranzakciós egységektől;
- Reflexiós változók a külvilágtól; az extern tényezők intenzitásáról.

Ad 2. A Készletjelentések. Ezek szükséges inputok, hogy a tranzakciós utasítás okvetlenül végrehajtható legyen. /Lásd alább a (16) formulát./

Ad 3. Az idő. A tranzakciók jellegzetes összetételének, irányának lehet valamilyen idő-trendje, tipikus eltolódása az időben.

Ad 4. A tranzakciót befolyásolja a véletlen.

A (15) tranzakciós utasítási függvénynek ki kell elégítenie a következő feltételt:

$$\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq f}}^F r_{t,4} \left[e_{j,f} \left(y_{t,5} [f, l, j] \right) \right] \leq$$

(16)

$$\leq r_{t,3} \left[f, e_j \left(u_{t,2} [f, f, j] \right) \right] .$$

A (16) feltétel teljesítése a válaszfüggvény-együttes szükséges E. tulajdonsága.

Verbális leírás. Érvényesülnie kell annak a triviális feltételnek, hogy egyetlen egység sem adhat át több terméket, mint amennyivel rendelkezik.

E feltétel rögzítésével kapcsolatban is érvényes az a megjegyzés, amelyet már a (9) és (10) formula után tettünk.

Ezt a feltételt egyenlőtlenség formájában adtuk meg, mert a tranzakció után maradhat saját termékkészlet.

5. ütem

Az 5. ütemben lezajlik a - tranzakciós utasítás szerint - a tranzakció:

$$(17) \quad y_{t,5} [f, l, j] = r_{t,4} \left[e_{j,f} \left(y_{t,5} [f, l, j] \right) \right]$$

Verbális leírás. Miután a tranzakció terjedelme érdemben eldőlt az α függvény kiszámításakor, itt most ez végrehajtásra kerül.

Mint említettük, a tranzakciókkal kapcsolatban a véletlen szerepe az α függvény független változójaként jut kifejezésre, s nem itt, a tranzakció végrehajtásában.

A tranzakcióval egyidőben már megkezdődik - más formában is - a következő, $t+1$ periódus előkészítése. Ennek első lépéseként a külvilág eljuttatja az erőforrás **ö s s z - v o l u m e n e** ket a diszpozíciós egységeknek:

$$(18) \quad q_{t,5} [K+1, \delta_{1,i}] = \quad i = 1, \dots, I;$$
$$\xi[i] \left(A_{t,4} [K+1], t, \omega_{t,5}^{(d)} \right) \quad \delta_i = \begin{matrix} 2F+1, \dots, \\ 2F+I \end{matrix}$$

Nevezzük (18)-at **e r ő f o r r á s f ü g g v é n y - n e k**.

Verbális leírás. Az egész gazdaság rendelkezésre álló erőforrás-össz volumen függvénye a külvilág memóriatartalmának, az időnek és a véletlennek.

Az erőforrások össz volumene - a definíciónak megfelelően - kívülről adott a gazdaság számára. Az időtől és a véletlentől való függés nem kíván magyarázatot. A "memóriatartalomtól" való függés a külvilág esetében azt jelenti: a külvilágban is érvényesülhet bizonyos tehetlenség.

Ezt egy példán szemléltetjük. Legyen a periódus egy év; a vizsgált erőforrás a népesség száma, amely az időnek - mondjuk - lineáris függvénye. Érvényrejuttatjuk a szimulációs modellben a véletlen ingadoztató hatását. Ha mármost pl. 1962-ben a lakosság növekedése nagyon lassu volt /a véletlen tényező hatására/, úgy az 1963-as, 1964-es stb. növekedésre rányomja bélyegét az 1962-es tényleges helyzet. A "külvilág" 1963-as "memóriatartalma" az 1962-es helyzetet őrzi meg. Ez fejeződik ki a (18) formula alakjában.

6. ütem.

Visszatérünk a transzformációs egységhez. Az f sor-számu transzformációs egység megállapítja a tranzakció utáni zárókészletet:

$$\begin{aligned} u_{t,6} [f, f, j] &= \\ (19) \quad &= \sum_{m=1}^{M[f]} x_{t,2} [f, f, m, j] - \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq f}}^F y_{t,5} [f, l, j] + \\ &+ \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq f}}^K y_{t,5} [k, f, j] \quad j = 1, \dots, J \end{aligned}$$

Verbális leírás. A tranzakció utáni termékészlet egyenlő a transzformáció utáni termékészlettel, levonva belőle az átadott /ill. hozzáadva az átvett/ termékennyiséget.

A zárókészletet jelenti az $f+F$ sorszámú gazdálkodási egységnek. Ez egyidejű reflexiós változó:

$$(20) \quad r_{t,6} \left[f, f+F, \left(u_{t,6} [f, f, j] \right) \right] = u_{t,6} [f, f, j]$$

$$j = 1, \dots, J.$$

Verbális leírás. A zárókészlet-jelentés egyenlő a tényleges zárókészlettel.

Erre is érvényes az, amit már korábban a "megfigyelésre" mondtunk: a transzformációs egységből a saját gazdálkodási egységbe menő közlést abszolút pontosnak tekintjük. Azt a tényt, hogy a valóságban a megfigyelés - pl. a vállalati készletek nyilvántartása - pontatlan, nem itt, hanem a gazdálkodási egység viselkedését leíró (24) formulában fogjuk reprezentálni. /Abban, hogy viselkedését befolyásolja, torzítja a véletlen stb./

Ugyanebben az ütemben a diszpozíciós egységek elosztják az erőforrásokat a transzformációs egységek között. Nevezzük azt a válaszfüggvényt, amelynek outputja a transzformációs egységeknek adott erőforrásvolumen, erőforráselosztási függvénynek és jelöljük $\beta [\delta_i]$ -vel.

$$(21) \quad q_{t,6} [\delta_i, f, j] = \beta [\delta_i] \left(A_{t,5} [\delta_i], q_{t,5} [K+1, \delta_{i,i}], t, \omega_{t,6}^{(d)} \right)$$

Verbális leírás. Az i sorszámú erőforrást elosztó diszpozíciós egység által a különböző transzformációs egységeknek adott erőforrás-volumen a következőktől függ:

1. A diszpozíciós egység saját memória-tartalmától.

2. A külvilágtól kapott erőforrás-össz-volumentől.

3. Az időtől.

4. A véletlentől.

Mindenekelőtt a β függvénnyel kapcsolatban is megismételhetjük azt, amit fentebb már az α függvénnyel kapcsolatban elmondottunk: az erőforrás-volumen, amelyet e függvény meghatároz, a tényleges elosztást adja meg. A véletlen befolyása a q volumenek kiszámításakor mutatkozik meg.

Vegyük sorba a független változókat:

Ad 1. A memória-tartalomnak itt különösen nagy a jelentősége. A legtöbb specifikált modellben a diszpozíciós egység nem valóságos intézményt, hanem inperszonális egységet, valamilyen társadalmi processzust képvisel. Erőforrások esetében ennek különösen nagy a tehetetlensége. Modellünk felfogása szerint pl. a diszpozíciós egység periódusonként végrehajtja pl. a munkaerő, a földterület stb. "ujrafelosztását" az egységek között. Világos azonban, hogy ez sok esetben majdnem pusztán megismétlést jelent a korábbi felosztásnak.

Ezen túlmenően a memóriatartalom tartalmazhat további lehetséges /de nem szükséges/ inputokat:

-- Közlési változók gazdálkodási egységektől;

-- Közlési változók más diszpozíciós egységektől;

--- Reflexiós változók a külvilágtól; az extern tényezők intenzitásáról.

Ad 2. Világos, hogy az erőforrások felosztása függ a felosztható összvolumentól.

Ad 3. és 4. Az idő és a véletlen hatása a korábbi függvényekhez hasonlóan értelmezendő.

A (21) erőforrásfelosztási függvénynek ki kell elégítenie a következő feltételt:

$$(22) \sum_{l=1}^F q_{t,6} [\delta_{i,l}, l, i] \leq q_{t,5} [K+1, \delta_{i,i}] .$$

A (22) feltétel teljesítése a válaszfüggvény-együttes szükséges F. tulajdonsága.

Verbális leírás. A felosztott erőforrások volumenének összege nem lehet több a rendelkezésre álló összvolumennél.

Itt ismét triviális követelményről van szó. /Lásd a (10) formulához fűzött megjegyzést./

A diszpozíciós egység a transzformációs egységnek elküldött erőforrásvolumenről értesíti a transzformációs egységért felelős gazdálkodási egységet is:

$$(23) r_{t,6} \left[\delta_{i,f+F} \left(q_{t,6} [\delta_{i,f,i}] \right) \right] = q_{t,6} [\delta_{i,f,i}]$$

Verbális leírás. A gazdálkodási egységnek küldött értesítés egyenlő a transzformációs egységnek ténylegesen adott erőforrás-volumennel.

Ez az "értesítés" azért szükséges, mert - mint látni fogjuk - a gazdálkodási egységnek olyan erőforrás-ráfordítási utasítást kell kiadnia, amely teljesíthető, tehát tudnia kell, mennyi erőforrás van saját transzformációs egységénél.

7. ütem.

A gazdálkodási egység meghatározza és elküldi a transzformációs egységnek az erőforrás-ráfordítási és termék-ráfordítási utasításokat. Nevezzük azt a válaszfüggvényt, amelynek outputja az említett utasítások együttese, r á f o r d i t á s - u t a s í t á s i függvénynek és jelöljük $\gamma [f+F]$ -fel.

$$\left[\begin{array}{l} r_{t,7} \left[f+F, f, \left(v_{t+1,1}^{(-,-,-,1)} [f, f, m] \right) \right] \\ r_{t,7} \left[f+F, f, \left(w_{t+1,1}^{(-,-,-, j)} [f, f, m] \right) \right] \end{array} \right] =$$

$$= \gamma [f+F] \left(A_{t,6} [f+F], \right. \quad (1)$$

$$r_{t,3} \left[f, f+F, \left(v_{t,1}^{(-,-, m, i)} [f, f] \right) \right], \quad (2)$$

$$r_{t,3} \left[f, f+F, \left(w_{t,1}^{(-,-, m, j)} [f, f] \right) \right], \quad (3)$$

$$r_{t,3} \left[f, f+F, \left(x_{t,2}^{(-,-, m, j)} [f, f] \right) \right], \quad (4)$$

(24)

$$r_{t,6} \left[f, f+F, \left(u_{t,6} [f, f, j] \right) \right], \quad (5)$$

$$r_{t,6} \left[\delta_1, f+F, \left(q_{t,6} [\delta_1, f, 1] \right) \right], \dots, \quad (6)$$

$$r_{t,6} \left[\delta_I, f+F, \left(q_{t,6} [\delta_I, f, I] \right) \right],$$

$$t, \omega \left. \begin{array}{l} (d) \\ t, 7 \end{array} \right) \quad (7), (8)$$

Verbális leírás. A γ függvénynek két-féle outputja van: az első sorban szerepel az erőforrás-ráfordítási utasítás, a második sorban a termék-ráfordítási utasítás.

A független változók rendre, azzal a számozással, amelyet a formula jobboldali margóján is feltüntettünk:

1. A gazdálkodási egység memória-tartalma.

2. A transzformációs egység erőforrásráfordítása a megelőző transzformációban.

3. A transzformációs egység termékráfordítása a megelőző transzformációban.

4. A transzformációs egység termék-kibocsátása a megelőző transzformációban.

5. A transzformációs egység termék-készlete a tranzakció után.

6. A transzformációs egység számára, a következő periódusra "kiutalt" erőforrásvolumenek.

7. Az idő.

8. A véletlen.

A γ függvénynek központi szerepe van a modellben. Ez írja le a gazdálkodási egység és a hozzá tartozó transzformációs egység viszonyát.

A γ függvény outputjára ugyanaz érvényes, amit már az α és a β függvényekről elmondottunk: itt a jövő periódus tényleges ráfordítását számítjuk ki.

Azt a tényt pl., hogy egy vállalat nem teljesíti a számára adott minisztériumi utasítást, nem írjuk le, hogy a transzformációs egység eltér a γ függvény által generált utasítástól. A minisztériumi utasítás ugyanis nem a vállalat termelését reprezentáló transzformációs egység, hanem a vállalat irányítását reprezentáló gazdálkodási egység inputja. Azaz: beérkezve a gazdálkodási egységbe, annak memóriájába kerül, s a γ függvény egyik független változójaként szereplő memóriatartalom elemévé válik. A vállalat fejezetlensége, a minisztériumi utasítástól való eltérése abban fejeződik ki, hogy a γ függvény által generált output, azaz a transzformációs egységnek adott ráfordítási utasítás eleve eltér attól a ráfordítástól, amely a minisztériumi utasítás teljesítéséhez szükséges lenne.

Vegyük sorra a független változókat.

Ad 1. A memóriatartalom, akár csak a többi egységnél, egyrészt az egység "multját" reprezentálja. A memóriatartalomtól való függésben itt is kifejezésre juttatjuk a gazdálkodási egység "tehetetlenségét", ill. az új impulzusokhoz való alkalmazkodási készségét.

Ezen tulmenően a memóriatartalom tartalmazhat további lehetséges /de nem szükséges/ inputokat:

-- Közlési változók más gazdálkodási egységektől;

-- Közlési változók diszpozíciós és tranzakciós egységektől;

-- Reflexiós változók /megfigyelések/ más (k + f) transzformációs egységek erőforrás-ráfordításairól, termék-ráfordításairól és termék-kibocsátásairól;

-- Reflexiós változók a külvilágtól; az extern tényezők intenzitásáról.

Ad 2.-3.-4. A következő periódusbeli transzformációra befolyást gyakorolhat a most lezajlott transzformáció valamennyi jellemzője: mind a ráfordításoké, mind a kibocsátásoké.

Ad 5.-6. A most rendelkezésre álló termék-készletek és erőforrás-volumenek bekorlátozzák a lehetséges ráfordításokat. /Erről az alábbiakban még szólunk./

Ad 7.-8. Az idő és a véletlen szerepe hasonló ahhoz, amit már a többi függvénnyel kapcsolatban elmondottunk.

A ráfordítás-utasítási függvénynek ki kell elégítenie a (9) és (10) feltételeknek, azaz érvényesülnie kell a válaszfüggvény-együttes szükséges C. és D. tulajdonságainak.

Itt a már korábban említett két követelmény érvényesítéséről van szó: nem lehet több terméket és ráfordítást felhasználni, mint amennyi rendelkezésre áll. Itt ismét megemlítjük: noha ez a követelmény magától értetődő, egy szimulációs modellben, amelyben egyes adatokat "randomizálva", véletlenszerűen választunk meg, ennek érvényesítése nem könnyű. Ezt egy egyszerű példán szemléltetjük.

Tegyük fel, hogy a γ függvényt következőképpen specifikáljuk:

Első lépésként matematikai programozással kiszámítjuk a transzformációs egységnek a gazdaságosi egység preferenciái szerinti optimális tervét, s ebből meghatározzuk egy előzetes terv-elgondolást. Az egység "tehetetlenségét" azzal reprezentáljuk, hogy - második lépésként - meghatározzuk az optimális előzetes terv-elgondolás és a korábbi tényleges ráfordítás, ill. termelés súlyozott közepét. Utána, a véletlen hatásának reprezentálására - harmadik lépésként - e súlyozott közepeket még véletlenszerűen "ingadoztatott" számokkal szorozzuk be.

A probléma az, hogy a harmadik lépésben nyert terv esetleg teljesíthetetlen, holott teljesíthető előirányzatokhoz kell eljutnunk, hiszen a szimuláció valóságos működést ír le. /Azaz nem írhat le olyat, ami lehetetlen./

Ezért - negyedik lépésként - az optimalizált, a "tehetetlenség" figyelembevételével módosított, majd "véletlenszerűen" számokat esetleg újra korrigálni kell, hogy teljesíthető utasításokat fejezzenek ki.

A pontosság kedvéért megemlítjük még a következőket:

A γ függvénynek természetesen nem közvetlenül a (9) és (10) formulákban leírt feltételeket kell kielégítenie, hanem - értelemszerűen - az említett formulák baloldalán a ráfordítási utasításoknak, a jobboldalon, az argumentumban pedig az erőforrás-volumenre és a termékkészletre vonatkozó reflexiós jelenségeknek kell szerepelniük. Ez következik abból,

hogy a \mathcal{J} függvény nem a reális transzformációt írja le, hanem annak a közlésnek a generálását, amely majd a transzformációt szabályozza.

Ugyanebben az ütemben kerül sor az extern tényezők intenzitásának kiszámítására. Az extern tényezők intenzitása minden transzformációs egységre vonatkozóan azonos:

$$(25) \quad p_{t,7} [K+1, l, g] = p_{t,7} [K+1, K+1, g] =$$
$$Q[g] \left(A_{t,6} [K+1], t, \omega_{t,7}^{(d)} \right) \quad \begin{array}{l} g = 1, \dots, G; \\ l = 1, \dots, F \end{array}$$

Nevezzük (25)-t az **e x t e r n t é n y e z ő k** függvényének.

Verbális leírás. Az extern tényező intenzitása függ a külvilág "memóriatartalmától", az időtől és a véletlentől.

E függvény analóg az erőforrások összvo-lumenét generáló \mathcal{F} függvénnyel, a (18) formulával; az értelmezést lásd ott.

A gazdálkodási, diszpozíciós és tranzakciós egységekhez nem mennek fizikai változók, hanem csupán ezt tükröző egyidejű reflexiós változók:

$$\begin{aligned} & r_{t,7} \left[K+1, 1, \left(p_{t,7} [K+1, K+1, g] \right) \right] = \\ (26) & \\ & = p_{t,7} [K+1, K+1, g] \quad (= F+1, \dots, K) \end{aligned}$$

Verbális leírás. A gazdálkodási, diszpozíciós és a tranzakciós egységeknek küldött "értesítések" az extern tényezők intenzitásáról azonosak a transzformációs egységeknek küldött megfelelő fizikai változókkal.

A (25) és (26) képlet megkülönböztetése teljesen formális. Kizárólag azért tesszük, hogy következtetések legyünk ahhoz az elvhez, hogy a gazdálkodási és diszpozíciós egységek inputja nem lehet fizikai, csak közlési változó. /Amint arra majd visszatérünk, a diszpozíciós egységekre vonatkozóan nem biztosítható ez az elv teljes következetességgel./ A (26) formulában azonban a diszpozíciós egységekhez is reflexiós változókat címeztünk.

7.3. Lehetséges és szükséges inputok és outputok

Az alábbiakban táblázatos formában tekintjük át a lehetséges és szükséges inputokat és outputokat. A táblázatokat az egységek sorszámanak, s ezen belül az ütemek sorszámanak sorrendjében rendeztük.

Az inputok beérkezési, és az outputok kiküldési ütem-sorszámát csak ott adtuk meg, ahol ez a 7.2. szakaszban leirtakból egyértelműen adott. /Ez a helyzet minder szükséges és egyes lehetséges inputokkal és outputokkal./ A többinél a táblázat ütem-sorszám oszlopában gondolatjel szerepel.

Transzformációs egységek inputjai és outputjai

1. táblázat

INPUTOK

A változó megnevezése	Feladó	Csak lehetséges vagy szükséges is?	Beérkezés üteme
Tranzakciós utasítás	Tranzakciós egység	szükséges	4.
Tranzakció /terméket kap/	Más transzformációs egység	szükséges	5.
Erőforrásvolumen	Diszpozíciós egység	szükséges	6.
Erőforrás-ráfordítási és termék-ráfordítási uta- sítás	Saját gazdálkodási egység	szükséges	7.
Extern tényező intenzitása	Külvilág	szükséges	7.

OUTPUTOK

A változó megnevezése	Címzett	Csak lehetséges, vagy szükséges is?	Kiküldés üteme
Erőforrás-ráfordítás és termék-ráfordítás	Önmaga: a transzformációs egység	szükséges	1.
Termékkészlet jelentése	Tranzakciós egység	szükséges	3.
Utólagos reflexió: erőforrás-ráfordítás, termék-ráfordítás és termék-kibocsátás meg- figyelése	Saját gazdálkodási egység Más gazdálkodási egységek	szükséges lehetséges	3. 3.
Tranzakció /terméket ad/	Más transzformációs egység	szükséges	5.
Termékkészlet jelentése	Saját gazdálkodási egység	szükséges	6.

Gazdálkodási egységek inputjai és outputjai

2. táblázat

INPUTOK

A változó megnevezése	Feladó	Csak lehetséges vagy szükséges is?	Beérkezés üteme
Utólagos reflexió: erőforrás-ráfordítás, termék-ráfordítás és termék-kibocsátás meg- figyelése	Saját transzformációs egység	szükséges	3.
	Más transzformációs egy- ségek	lehetséges	3.
Termékkészlet jelentés	Saját transzformációs egy- ség	szükséges	6.
Értesítés a saját transz- formációs egységnek adott erőforrásvolumenről	Diszpozíciós egység	szükséges	6.
Reflexiós változók: extern tényezők intenzi- tása	Külvilág	lehetséges	7.
Közlési változók	Más gazdálkodási egységek, diszpozíciós és tranzak- ciós egységek	lehetséges	-

OUTPUTOK

A változó megnevezése	Cimzett	Csak lehetséges vagy szükséges is?	Kiküldés üteme
Erőforrás-ráfordítási és termék-ráfordítási uta- sítás	Saját transzformációs egység	szükséges	7.
Közlési változók	Más gazdálkodási egységek, diszpozíciós és tranzak- ciós egységek	lehetséges	-

Diszpozíciós egységek inputjai és outputjai

3. táblázat

INPUTOK

A változó megnevezése	Feladó	Csak lehetséges, vagy szükséges is?	Beérkezés üteme
Erőforrás-összvolumen	Külvilág	Szükséges	5.
Reflexiós változók: extern tényezők intenzi- tása	Külvilág	Lehetséges	7.
Közlési változók	Gazdálkodási egységek, más diszpozíciós egy- ségek	Lehetséges	-

OUTPUTOK

A változó megnevezése	Címzett	Csak lehetséges, vagy szükséges is?	Kiküldés üteme
Erőforrás-volumen	Transzformációs egy- ségek	Szükséges	6.
Értesítés a transzformációs egységnek adott erőfor- rásvolumenről	Gazdálkodási egységek	Szükséges	6.
Közlési változók	Gazdálkodási egységek, más diszpozíciós egy- ségek	Lehetséges	-

Tranzakciós egységek inputjai és outputjai

4. táblázat

INPUTOK

A változó megnevezése	Feladó	Csak lehetséges vagy szükséges is?	Beérkezés üteme
Termékkészlet jelentése	Transzformációs egységek	Szükséges	3.
Reflexiós változók: extern tényezők intenzi- tása	Külvilág	Lehetséges	7.
Közlési változók	Gazdálkodási egységek, más tranzakciós egységek	Lehetséges	-

OUTPUTOK

A változó megnevezése	Címzett	Csak lehetséges vagy szükséges is?	Kiküldés üteme
Tranzakciós utasítás	Transzformációs egységek	Szükséges	4.
Közlési változók	Gazdálkodási egységek, más tranzakciós egységek	Lehetséges	-

OUTPUTOK

A változó megnevezése	Címzett	Csak lehetséges vagy szükséges is?	Kiküldés üteme
Erőforrás-összvolumen	Diszpozíciós egységek	Szükséges	5.
Extern tényezők intenzitása	Transzformációs egységek	Szükséges	7.
Reflexiós változók	Gazdálkodási, diszpozíciós és tranzakciós egységek	Lehetséges	7.

A lehetséges és szükséges outputok áttekintése után megadhatjuk az alábbi definíciókat:

L e h e t s é g e s v á l a s z f ü g g v é n y e k
mindazon válaszfüggvények, amelyek outputjai lehetséges.

S z ü k s é g e s v á l a s z f ü g g v é n y e k
mindazon lehetséges válaszfüggvények, amelyek outputja szükséges.

7.4. A vegetatív működési processzus és a kiegészítő kommunikációs processzus fogalma

Ezek után megadhatjuk a **v e g e t a t í v m ű k ö -
d é s i p r o c e s s z u s** definícióját.

A vegetatív működési processzust a (6) - (8), (11) - (15), (17) - (21) és (23) - (26) formulákban leírt szükséges válaszfüggvények és a hozzájuk tartozó szükséges inputok és outputok írják le.

A "vegetatív működési processzus" elnevezés arra utal, hogy itt a társadalmi gazdaság elemei "anyagcseréjéről", minden társadalmi rendszerben szükséges, nélkülözhetetlen folyamatairól van szó. Akár kapitalizmussal, akár szocializmussal van dolgunk, s bármilyen mechanizmussal működjenek is azok - mindig folyik transzformáció, tranzakció, erőforrás-elosztás, a transzformáció szabályozása stb. A vegetatív működési processzus szükséges válaszfüggvényei ezeket a minden rendszerben nélkülözhetetlen folyamatokat írják le.

Más kérdés, hogy a vegetatív működési processzus nem egyformán megy végbe a különböző rendszerekben - erre még visszatérünk.

Jelöljük $\mathcal{X} [k,c]$ -vel a válaszfüggvények egy eddig nem tárgyalt osztályát: a k sorszámú egység ($F+1 \leq k \leq K$) c sorszámú ($c = 1, \dots, C [k]$) közlési függvényét. A közlési függvények együttese, minden gazdálkodási, diszpozíciós és tranzakciós egységre, alkotja a kiegészítő kommunikációs processzust. Amennyiben a működési processzus a vegetatív működési processzuson túl még kiegészítő kommunikációs processzussal is kibővül, úgy ez módosítja a vegetatív működési processzust is:

a/ Az α , β és γ függvények argumentumában a szükséges inputokon kívül megjelennek további lehetséges inputok is. Ezek közlési változók, amelyeket a \mathcal{X} függvények generáltak.

b/ Esetleg /bár nem szükségképpen/ 7-nél több ütemre van szükség, a közlési függvények közti ütemeltérités biztosítására.

A \mathcal{X} közlési függvények - az ütembeosztás szempontjából lehetséges, de nem szükséges válaszfüggvényeknek minősülnek.^{x/}

x/ A lehetséges és szükséges válaszfüggvények fogalmát a 4.2. szakaszban, az ütem-beosztással kapcsolatban használtuk fel.

A vegetatív működési processzus is magában foglal kommunikációs kapcsolatokat.

-- A transzformációs egység utasítást kap saját gazdálkodási egységétől.

-- A transzformációs egység működését, ill. annak egyes oldalait megfigyeli saját gazdálkodási egysége és az érdekelt tranzakciós egységek.

-- A gazdálkodási egység értesítéseket kap a diszpozíciós egységektől.

A gazdaságban ezen tulmenően rendszerint sokféle kommunikációs kapcsolat van. Minél bonyolultabb gazdaságról van szó, annál többféle. Ez utóbbiakhoz szükséges közlési változókat generálják a \propto függvények.

Az általános modell keretei között csupán ilyen kapcsolatok létét állapítjuk meg; ezek részletezése már a modellek konkretizálásához tartozik.

8. Összefoglaló definíciók

8.1. A vegetatív működési processzus regularitása

Valamely komplett modell működését leíró vegetatív működési processzust **r e g u l á r i s** nak nevezünk, ha megfelel a következő feltételeknek:

1. A szükséges válaszfüggvények ütembeosztása reguláris.
/Szinkronizáltság./
2. Minden lehetséges output a címzett egység lehetséges inputja. /Értelmezhetőség./^x
3. Tetszőleges φ' válaszfüggvény egyértelmű meghatározásához szükséges input valamennyi elemét egyértelműen szolgáltatják a többi φ'' válaszfüggvény ($\varphi' \neq \varphi''$) outputjai. /Egyértelműség./
4. A válaszfüggvények együttese rendelkezik a szükséges A.-F. tulajdonságokkal és generálja az 1.-5. táblázatokban megadott szükséges outputokat. /Működőképesség./

A regularitás nem jelent értékitéletet a leírt rendszer hatékonyságáról. A modellben szereplő vegetatív működési processzus regularitásának biztosítása célszerű annak érdekében, hogy a/ a modell számológépre programozható legyen és b/ "munkaképes" legyen; azaz rendelkezzen olyan elemi tulajdonságokkal, amelyek nélkül semmilyen valószínű rendszer nem reprezentálhatna.

A regularitás 1., 2. és 4. feltételének teljesítése általában nem okoz problémát; ez inkább csak a modell alkalmas megszerkesztését igényli. Viszont a 3. feltétel, az egyértelműség követelménye már a modell tartalmával függ össze /a válaszfüggvények matematikai természete, a véletlen változók kezelése stb./.

Analóg regularitási kritériumok felállíthatók egy kiegészítő kommunikációs proceszussal kibővített modellre is.

A további kutatásban elméletileg vizsgálható: milyen α , β , γ , δ , κ , ξ és ϱ függvények együttese /a 7.2. szakaszban leírt egyéb relációkkal együtt/ elégíti ki a regularitás ismérveit, s különösen az egyértelműség ismérvét.

8.2. Kommunikációs kapcsolat és hálózat

A k és az l sorszámú egységek kommunikációs kapcsolatban állnak egymással, ha a k sorszámú egység válaszfüggvényei közül legalább egynek a lehetséges outputjai között szerepel egy $r_{t,s} [k, l, h^0]$ közlési változó, amelynek címzettje az l sorszámú egység és az l sorszámú egység válaszfüggvényei között van olyan, amelynek lehetséges inputjai között szerepel az $r_{t,s} [k, l, h^0]$ közlési változó.

A kommunikációs kapcsolatok összessége alkotja a rendszer kommunikációs hálózatát. Ez leírható alkalmas gráffal, illetve az ahhoz hozzárendelhető mátrix-szal.

Valamely rendszer működésébe mély bepillantást nyújt kommunikációs hálózatának leírása.

A kommunikációs hálózat nem önálló jellemzője a rendszernek. Ha megadtuk a rendszer válaszfüggvényeit, ezzel - implicite - megadtuk kommunikációs hálózatát is.

A kommunikációs hálózatot - első megközelítésben - jellemezhetjük egy négyzetes mátrix-szal, amelynek sorait és oszlopait az egységek sorszámai szerint rendezzük; a sorokat feladók, az oszlopokat címzettek szerint. A k -edik sorban és l -edik oszlopban lévő elem 0 , ha a k sorszámú egység, mint feladó és az l sorszámú egység mint címzett között nincs kommunikációs kapcsolat; az elem 1 , ha van ilyen kommunikációs kapcsolat.

8.3. Reálszféra és mechanizmus

A rendszer egységeit egyértelműen két s z f é r á - b a sorolhatjuk: 1. a r e á l s z f é r a : ide tartoznak a transzformációs egységek és a külvilág; 2. a m e c h a n i z m u s : ide tartoznak a gazdálkodási, diszpozíciós és tranzakciós egységek.

Mindkét szféra működését leírják a szférába sorolt egységek válaszfüggvényei. Ezek közül egyesek alakja bármely konkrét modellben azonos. Ilyenek a (6), (7), (11) - (14), (17), (19), (20), (23) és (24) formulában leírt válaszfüggvények. Ezek egyszerű aritmetikai kifejezések, amelyek valamely konkrét rendszer működésére nem jellemzőek.

Ezzel szemben vannak **karakterisztikus válaszfüggvények**, amelyek specifikált megadásával a különböző konkrét rendszereket megkülönböztetjük egymástól. A karakterisztikus válaszfüggvények a következők:

<u>Reálszféra</u>	Transzformációs egység	η transzformációs függvény /lásd a (8) formulát/
	Külvilág	ζ erőforrásfüggvény /lásd a (18) formulát/
		ξ extern tényezők függvénye /lásd a (25) formulát/
<u>Mechanizmus</u>	Gazdálkodási egység	γ ráfordítás-utasítási függvény /lásd a (24) formulát/
	Diszpozíciós egység	β erőforrás-elosztási függvény /lásd a (21) formulát/
	Tranzakciós egység	α tranzakciós utasítási függvény /lásd a (15) formulát/
	Gazdálkodási, diszpozíciós és tranzakciós egységek	κ közlési függvény

A reálszféra és a mechanizmus megkülönböztetésére még a következőket szükséges megemlíteni:

A reálszféra egységei között közvetlenül kizárólag fizikai változók áramlanak.

A mechanizmus egységei között közvetlenül kizárólag közlési változók áramlanak.

A reálszférától a mechanizmusba kizárólag reflexiósváltozók áramlanak.

A mechanizmustól a reálszférába - egy kivétellel^{x/} - közlési változók áramlanak.

A vegetatív működési processzusban résztvesz mind a reálszféra, mind a mechanizmus. A kiegészítő kommunikációs processzus kizárólag a mechanizmusban zajlik le és csak az α , β és γ függvényeken át hat a reálszférára.

x/ A kivétel: az erőforrásvolumen. Az erőforrások elosztása leírható lenne úgy is, hogy a diszpozíciós egység egy erőforrás-elosztási utasítást /közlési változót/ ad a külvilágnak, majd a külvilág osztja el /fizikai változóval/ a transzformációs egységek között.

Ezen esetben következetesek lennének ahhoz a szempontoz, hogy a mechanizmusból a reálszférába csak közlési változók áramlanak. Viszont inputot kapna a külvilág is, ami ellentmond a külvilág definíciójának.

III. RÉSZ:

A MODELLEK KONKRETIZÁLÁSÁNAK UTJAI

1. A konkretizálás két fokozata

1.1. A tárgyalás áttekintése

Miután a tanulmány II. részében leírtuk, melyek a kutatásunkban alkalmazásra kerülő modell-család közös ismertetőjegyei, ebben a részben a modellek konkretizálásának kérdéseivel foglalkozunk.

Eddig mindössze egyetlen konkrét modellt szerkesztettünk meg. Ez az "1. modell" még nem alkalmas tényleges gazdasági összefüggések mélyebb, realiztikus jellemzésére. Inkább "ujjgyakorlatnak" tekintjük, a szimulációs modellek technikájának begyakorlására, rutin szerzésére. Jelen tanulmányban nem ismertetjük az 1. modellt, legfeljebb néhányszor hivatkozunk majd, illusztrációképpen, egyes vonásaira.^{x/}

A tanulmány most következő III. részében két kérdésre felelünk:

Az 1. fejezetben: mit jelent a "modell konkretizálásának" fogalma.

A 2. fejezetben: milyen forrásokat vehetünk igénybe a modellek konkretizálásához.

A tárgyalás megkezdése előtt előre kell bocsátanunk egy általános megjegyzést. A modellek konkretizálása rendkívül nehéznek ígérkezik. Már első konkretizálási kísérleteink is jelezték ezt. Kevés még a gyakorlati tapasztalatunk. Ezért a most következő fejezetek nem adhatnak kiforrott metodikát, inkább csak előlegezik metodikai elképzeléseinket.

x/ Az 1. modell vázlatát a [29] feljegyzés ismertette, részletes leírását az [54] tanulmány közli.

1.2. A modell specifikálása

Az általános modell konkretizálása két fokozatban történik. Az első fokozat: a modell **s p e c i f i k á l á s a**; a második fokozat a már specifikált modell **s z á m s z e r ü s i t é s e**.

Mikor tekintjük a modellt specifikáltnak?

1. Meghatároztuk, hogy a modellben mely elem-kategóriák szerepeljenek. Tehát: "komplett modellel" dolgozunk-e, amelyben extern tényezők, termékek és erőforrások is szerepelnek, vagy nem-kompakt modellel. /Pl. eltekintünk extern tényezők létezésétől./

2. Specifikáltuk a modell karakterisztikus válaszfüggvényeit. /Felsorolásukat lásd a II. rész 8.3. szakaszában./ A válaszfüggvények specifikálása a következőket foglalja magában:

2-a/ Az általános modellben "tartalomjegyzékszerűen" felsoroltuk, hogy valamely függő változó mely független változóktól függhet. Most meg kell határoznunk, vajon valóban függ-e valamennyitől, vagy egyes függéseket figyelmen kívül hagyunk. Pl. az általános modell (8) transzformációs függvényében a termék-kibocsátás explicit függvénye az időnek. Ez azonban nem kötelező minden specifikált modellben; egyes esetekben dolgozhatunk pl. olyan transzformációs függvényekkel, amelyekben az időtől független konstans technológiai paraméterek szerepelnek. Vagy egy másik példa. Minden karakterisztikus függvényünket úgy írjuk le az általános modellben, hogy az output függ a véletlentől. Egyes modellekben eltekinthetünk ettől, s az outputot kezelhetjük determinisztikusan.

2-b/ Az általános modellben csupán a függés tényét jeleztük, most azonban meg kell adnunk, matematikailag, a függés természetét is. Ez egyszerűbb esetekben egy függvénykifejezést jelent; más esetekben egyenletrendszereket, feltételes utasításokat, matematikai programozási feladatokat stb. - általában meghatározott algoritmusokat - kell megadni.

2-c/ A 2-b/ alatt mondottak kiegészítéseképpen meg kell adni a függvényérték kiszámításának algoritmusát. Ragaszkodnunk kell ahhoz, hogy az algoritmus véges legyen.^{x/}

Nem kötelező, de természetesen célszerű gyors algoritmus alkalmazása, tekintettel arra, hogy itt nagyon sokszor - minden periódusban - ki kell számítani a szóbanforgó függvényt. Mivel itt nincsen nagy jelentősége a számítás pontosságának, rendszerint megelégedhetünk gyors közelítő módszerekkel.

2-d/ A válaszfüggvények specifikálásakor eldöntjük, hogy tulajdonképpen mit fejezzenek ki a működési változók. Ezen belül is legkevésbé magátólértetődő, legspecifikusabb: milyen közlési változó-típusokat szerepeltetünk. /Pl. piaci keresleti és kínálati ajánlásokat, vagy kötelező tervutasításokat stb./

2-e/ Meg kell adnunk minden válaszfüggvényhez az inputok feladóinak és az outputok címzetteinek körét. Ez valójában a rendszer kommunikációs hálózatának kijelölését jelenti: melyik egység mely egységekkel áll kapcsolatban.

e-f/ A vegetatív működési processzusát rendszerint kibővítjük kiegészítő kommunikációs processzussal. Utóbbi ütembe-

x/ Lásd az általános modellben a válaszfüggvények szükséges A. tulajdonságát. /II. rész, 6. fejezet./

Ott már utaltunk arra, hogy amennyiben a függvényérték exakt meghatározása véges algoritmussal nem végezhető el, akkor olyan másik, közelítő függvénnyel kell pótolni, amelynek értéke véges algoritmussal meghatározható.

osztása egyszerűbb esetekben megoldható a vegetatív működési processzus ütembeosztásán belül, mégpedig olyankor, amikor a kommunikációs processzus is ismétlődő, ciklikus jellegű, s logikai sorrendjének érvényesítéséhez nincs szükség hét ütemnél többre. /Ez a helyzet pl. 1. modellünkben./ Ha ez nem oldható meg, akkor megfelelően biztosítani kell a kommunikációs processzus logikus sorrendjét.^{x/} Ennek részleteire nem térünk ki.

A specifikált modell kétféle formában írható le.

A/ Matematikai formában. Ez esetben nem szerepelnek benne számok, csak szimbólumok. Biztosítottuk azonban, hogy amennyiben a szimbólumok helyébe számokat helyettesítünk, akkor a válaszfüggvények értékei akár "kézzel" is kiszámíthatók.

B/ Gépi program formájában. Ez esetben a specifikált modell a gépnek adott utasítások együttese, amely egy programszalag formájában közölhető a géppel. Ha ezekután egy megfelelő adatszalagot is beadunk a gépnek, akkor ez kiszámítja a válaszfüggvények értékeit.

A modell tehát akkor tekinthető specifikáltnak, ha kivétel nélkül tartalmazza mindazt az információt, amelyet egy szimulációs modell gépi programjának tartalmaznia kell, s kizárólag a számok, az adatok hiányoznak a számolás elindításához.

x/ Ez jelentheti egy második ciklus szerepeltetését; e ciklus független a transzformáció tartamához kapcsolódó, a vegetatív működési processzus beosztását meghatározó periódustól. Ilyenkor az α , β és γ válaszfüggvényekre mindig csak az aktuális memóriatartalom révén gyakorol befolyást a kommunikációs processzus, függetlenül attól, hogy utóbbi éppen hol tart.

Jelöljük a továbbiakban a specifikált modelleket M_1 -
gyel, M_2 -vel, ..., M_i -vel.^{x/}

1.3. A modell numerikus jellemzői

A már specifikált M_1 modell számszerűsítéséhez meg kell adni a modell numerikus jellemzőit. A numerikus jellemzők három fő csoportba sorolhatók:

1. Az egyes elem-kategóriákba /ezen belül az esetleges al-kategóriákba/ tartozó elemek száma. Pl. a modellben szereplő termékek, erőforrások, transzformációs egységek stb. száma. Nevezzük ezeket keretparamétereknek. Ezzel számszerűsítjük a rendszer szerkezetét. Az elemek száma egy-egy kísérleti számításon belül nem változik.

2. A működési változók 0-periódusbeli, kezdő értékei. A működési változók értékét az 1. periódustól kezdve a rendszer maga határozza meg, de kiinduló nagyságukat kívülről kell megadnunk.

A válaszfüggvények közti összefüggések természetétől, a rendszer szabadságfokától függően esetleg nem szükséges, ill. nem lehetséges valamennyi működési változó kezdő, értékét egymástól függetlenül megadni.

3. A válaszfüggvényekben szereplő paraméterek. Ezek egy-egy kísérleti számításon belül ugyancsak nem változnak. Ilyen paraméter pl. a fogyasztói transzformá-

x/ Itt - és a tanulmány hátralévő részében - felhasználunk jelölésekre olyan betűket is, amelyeket a II. részben, az általános modell leírásakor más fogalmak reprezentálására használtunk fel.

ciós egység válaszfüggvényében /gyakorlatilag: keresleti függvényében/ szereplő kitevők és együtthatók; a termelési transzformációs egység költségfüggvényében szereplő kitevők és együtthatók és így tovább.

Jelöljük a már specifikált M_i modell számszerűsítéséhez szükséges numerikus jellemzők együttesét N_{ij} -vel. A specifikált modell, valamint a keretparaméterek ismeretében egyértelműen meghatározható, hogy valamely M_i specifikált modellhez tartozó N_{ij} együttes hány elemből áll, azaz hány numerikus jellemzőt kell megadnunk, hogy a számítás megindítható legyen.

A specifikált és számszerűsített modellt nevezzük **k o n k r é t** modellnek. Jelölése: M_{ij} .

Minden egyes számítás, amelyet valamely konkrét modellel lefuttatunk, egy-egy **k i s é r l e t** nek minősül. Ugyanazon konkrét modellel végzett kísérletek megismétlése nem jár okvetlenül azonos számszerű eredményekkel, mert hiszen - amint arról a következő szakaszban még szó lesz - szerepéhez juttatjuk a véletlent is.

Azoknak a kísérleteknek az együttesét, amelyek mindvégig azonos specifikált modellel, de egymástól eltérő numerikus jellemzőkkel /tehát pl. az $M_{1,1}$, $M_{1,2}$, $M_{1,3}$ stb. konkrét modellekkel/ hajtunk végre, **k i s é r l e t s o r o z a t** nak nevezzük.

Megkülönböztethetjük a kísérletsorozat két fokozatát. **E g y s z e r ű** kísérletsorozatot hajtunk végre, ha kísérletről-kísérletre csupán a változók kezdő értékeit módosítjuk; **ö s s z e t e t t** kísérletsorozatot hajtunk végre a paraméter-értékek módosítása esetén.

1.4. Randomizálás

A véletlentől való függés leírására első konkrét modelleinkben a lehető legegyszerűbb eljárást választjuk.

Azokat a számokat, amelyekről feltesszük, hogy a véletlentől is függenek, először kiszámítjuk determinisztikus kifejezésekkel, a véletlen hatásának figyelembevétele nélkül. Utána pedig az így kapott értéket megszorozzuk egy **r a n d o m i z á l ó f a k t o r** ral. A randomizáló faktor valószínűségi változó. Olyan szám, amelynek értéke az 1. konkrét modellben 1 körül ingadozik.

A modell specifikálásakor megadjuk minden olyan output-hoz, amely a véletlentől függ, a hozzátartozó randomizáló faktor eloszlásának típusát. Pl. megadjuk, hogy a randomizáló faktor csonkított normális eloszlású változó, amely a $[0,2]$ intervallumot nem lépheti túl, s várható értéke 1. A modell számszerűsítésekor pedig megadjuk a szórás számszerű nagyságát is.

A gépi programban azután szerepeltetünk egy eljárást, amelynek utasítására a gép véletlen számokat állít elő, mégpedig úgy, hogy eloszlásuk megfeleljen az előirt eloszlásnak. /A véletlen számok gépi generálásának technikájára itt nem szükséges kitérnünk./

Lássunk egy példát. Tételezzük fel, hogy a termelési terv tényleges teljesítése véletlenszerűen tér el a tervtől, mégpedig szimmetrikusan: a túlteljesítésnek és az elmaradásnak egyenlő az esélye.^{x/} Ezt megtehetjük a fenti példában már leirt eloszlástípus alkalmazásával. Ezekután a tényleges

x/ Ez nem kötelező. Szimulálhatunk olyan véletlen eltérést is, amelyben mondjuk az elmaradás esélye nagyobb, mint a túlteljesítésé vagy megfordítva.

termelést a gép úgy számítja ki, hogy az első periódusban a tervet megszorozza mondjuk 0,97-tel, a második periódusban 1,11-gyel, a harmadik periódusban 1,02-vel, a negyedik periódusban 0,89-cel és így tovább, ahol 0,97; 1,11; 1,02; 0,89 ... a gép által generált véletlen számok. E számok sorozatának eloszlása megfelel a modellben feltételezett valószínűségi eloszlásnak. /Tehát pl. számtani közepük a periódusok számát növelve tart az 1-hez; sohasem negatív és nem több 2-nél és így tovább./

A randomizáló eljárásra vonatkozó gépi program-részek egyébként olyan "építőköveket" alkotnak, amelyek nem csupán egyetlen, hanem egész sor specifikált modellbe építhetők bele.

További kutatásunkban - elsősorban a kérdés irodalmának beható tanulmányozása alapján - vizsgálni kívánjuk, milyen egyéb eljárásokat lehetséges és érdemes alkalmazni modelleinkben a véletlen hatások szimulálására.

1.5. Viselkedési paraméterek

A kísérletek, kísérletsorozatok célja: közgazdaságilag értelmezhető összehasonlitásokat tenni.

Tanulságos pl. megvizsgálni, hogyan működik ugyanaz a mechanizmus, ha a termelő transzformációs egységekben növekvő, állandó vagy csökkenő hozadék érvényesül. E vizsgálatot kényelmesebbé teszi, ha nem kell háromféle specifikált modellel dolgoznunk, hanem a három eset reprezentálható ugyanazon specifikált modellen belül, csupán egy numerikus jellemző alkalmas módosításával. Így pl. alkalmazhatjuk a következő nyereségfüggvényt:

$$R(x) = p x - (a + b x + c x^d),$$

ahol R a nyereség, x a termelés volumene, p az egységár, a , b , c és d pedig a költségalakulást jellemző paraméterek. Ebben a függvényben $0 < d < 1$ növekvő hozadékot, $d = 1$ állandó hozadékot, $d > 1$ pedig csökkenő hozadékot biztosít.^{x/}

Egy másik példa. Feltételezzük, hogy a t periódusban a tényleges termelés P_t súlyozott közepe két nagyságnak, az előbbi periódusbeli tényleges termelésnek, P_{t-1} -nek és az új, t -periódusbeli helyzethez optimálisan alkalmazkodó termelési terv-elképzelésnek, P_t' -nek:

$$P_t = \lambda P_{t-1} + (1 - \lambda) P_t' \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

Itt λ egy "tehetetlenségi tényező". Ha $\lambda = 0$, akkor a termelő vállalat maximálisan alkalmazkodik az új helyzethez, tekintet nélkül korábbi termelési szintjére. Ha $\lambda = 1$, akkor a vállalat teljesen "tehetetlen", csupán eddigi magatartását tudja mereven folytatni, s nem tud alkalmazkodni az új helyzethez. Ha $0 < \lambda < 1$, úgy a két extrém viselkedés közti átmenet érvényesül.

Mint látjuk, a d költségkitevővel, a λ "tehetetlenségi tényezővel" az egységek viselkedését jellemezzük. Attól függően, hogy e paramétereknek milyen számszerű nagyságot adunk, egymástól lényegesen eltérő viselkedéseket írhatunk le. Nevezzük az ilyen paramétereket **v i s e l k e d é s i**

x/ "Növekvő hozadékon" azt értjük, hogy az $R(x)$ függvény konvex; "csökkenő hozadékon" pedig azt, hogy konkáv. /Ez megfelel az angolszász irodalomban szokásos "increasing", ill. "diminishing returns to scale" megkülönböztetésnek./

paramétereknek.^{x/}

Kellő ügyességgel kiemelhetünk az összes numerikus jellemzők nagy tömegéből néhány olyan viselkedési paramétert, amelyek számszerű nagyságát változtatva egymástól határozottan eltérő tartalmu konkrét modellekhez jutunk. Tesszük ezt anélkül, hogy közben változtatnunk kellene akár a specifikált modellen /s ami ezzel egyet jelent: a gépi programon/, akár a többi numerikus jellemzőn.

^{x/} A viselkedési paraméter fogalmát csak illusztráljuk, de nem definiáljuk. Tulajdonképpen valamennyi numerikus jellemző számszerű meghatározása befolyást gyakorol a rendszer viselkedésére. A szimulációs kísérlet konkrét tartalmától függ, hogy a numerikus jellemzők sokaságából mit emelünk ki "viselkedési paraméterként". Nincs tehát éles elvi elhatárolás a viselkedési paraméterek és a többi numerikus jellemző között; ez mindig alkalmi jellegű, s a vizsgálat szempontjaitól függ.

2. A modellek konkretizálásának forrásai

2.1. Statisztikai megfigyelés

Az egyik forrás, amelyből merithetünk modelleink konkretizálásához, a statisztikai megfigyelés. A leginkább kézenfekvő összefüggések, amelyekre statisztikai megfigyelések és feldolgozások állnak rendelkezésre, a következők:

-- Termelési függvények, azaz - a mi terminológiánkkal - a termelő transzformációs egységek erőforrás- és termékráfordításai és termék-kibocsátásai közötti összefüggések. Ideértjük mind az aggregált termelési függvényeket, mind az input-output-táblákat.

-- Beruházási függvények: azaz összefüggések a beruházási reáltevékenységek és a termék-kibocsátás között.

-- Keresleti függvények, azaz összefüggések a fogyasztói transzformációs egységek meghatározott inputjai /elsősorban ár és jövedelem/ és kereslete között.

-- Demográfiai függvények, pl. a munkaerőnek, mint erőforrásnak időfüggvényei.

A fenti leginkább kézenfekvő lehetőségeken túlmenően adódik néhány további lehetőség:

-- Találtunk egy dolgozatot kapitalista piaci folyamatok statisztikai megfigyeléséről, kifejezetten szimulációs célokra.^{x/} Esetleg előkerülhetnek további hasonló források is.

-- Ismeretesek a gazdaság működésének leírására szolgáló, makroökonómiai jellegű ún. ökonometriai modellek.^{xx/}

x/ A vizsgálatot az amerikai Berkeley egyetemen végezték. Lásd a "Simulation of market processes" c. [4] tanulmányt.

xx/ Lásd elsősorban A.S. Goldberger [13]. Magyar nyelvű ismertetés található Andorka Rudolf, Danyi Dezső, Lipták Tamás és Martos Béla sajtó alatt lévő [1] könyvében.

Ezek jellegzetessége, hogy a modell paramétereit elsősorban idősorok matematikai-statisztikai értékelése alapján becsülik meg. Magyarországon is folyik hasonló irányú kutatás.^{x/} Az ökonometriai modellek számos egyenlete gazdasági egységek viselkedését írja le /"behavioral equations"/. Az ilyen egyenletek válaszfüggvényként foghatók fel, s beépíthetők szimulációs modellekbe.

A kutatás további feladata lesz sokkal alaposabban körütekinteni a szakirodalomban, s további statisztikai forrásokat keresni.

A statisztikai megfigyelésekre alapozott modellek változó rendszerint sztochasztikus jellegűek. Ez sok gyakorlati nehézséget okoz olyankor, amikor a modellt /pl. egy keresleti függvényt, vagy egy makroökonómiai ökonometriai modellt/ számszerű ajánlások, előrebecslések megalapozására kívánják felhasználni. Mi azonban, amint arra korábban rámutattunk, nem számszerű ajánlásokhoz, hanem általánosabb megállapításokhoz kívánunk eljutni.^{xx/} Ezért bennünket nem zavar e nagyságok sztochasztikus jellege. A szimulációs technika lehetővé teszi, hogy a különböző adatok bizonytalanságát, e bizonytalanságok jellegzetességeit /pl. csökkenését vagy növekedését az időben; kisebb vagy nagyobb fokát stb./ megfelelően reprezentáljuk a modellben.

Ezzel kapcsolatban természetesen még igen nagyok a kutatási feladatok. Tanulmányoznunk kell az irodalmat, annak tisztázására, hogyan vezessük le a megfigyelt adatok bizonytalanságát jelző szokásos matematikai-statisztikai jellemzőkből /pl. a szórásból stb./ a válaszfüggvényben szereplő randomizáló változók paramétereit.

x/ A kutatást Halabuk László, Kenessey Zoltán és Theiss Ede vezeti. Lásd [17].

xx/ Lásd az I. rész 2.4. szakaszát.

2.2. Verbális empirikus leírás

Az eddigi magyar mechanizmusról már nagyszámu empirikus leírás készült. Egy részüket az 1955-58-as években dolgozták ki,^{x/} másik részüket most, a mechanizmus-reform előkészítésekor.

Ezek a leírások gyakran jellemeznék verbálisan tipikus viselkedés-módokat, magatartásokat, azaz - általános modellünk terminológiájával - válaszfüggvényeket. Az empirikus leírásokban sohasem kerül sor e válaszfüggvények formalizálására, de megkísérelhető a formalizálás utólagos elvégzése.

Lássunk egy példát. A problémát szándékosan leegyszerűsítjük, annak érdekében, hogy a verbálisan leirt, közismert jelenség formalizálását minél érthetőbben szemléltethessük.

Ismeretes a vállalat konfliktusa a "ma", és a "holnap", a rövid- és a hosszulejáratu érdek között.

Feltesszük, hogy a vállalat érdekei "tisztán" kiszámíthatók egy matematikai programozási modellel, amelyben a feltételrendszer állandó, de amelyhez kétféle célfüggvényt használhatunk. Az egyik a rövidlejáratu, a másik a hosszulejáratu érdeket reprezentálja. Pl. az első a következő periódus várható nyereségét maximalizálja, a másik egy hosszú, mondjuk T számú periódus várható nyereségeinek diszkontált összegét.

Jelöljük az első célfüggvényt $M(x)$ -szel, a második célfüggvényt $H(x)$ -szel. Az optimalizálást végezzük minden periódusban a következő célfüggvénnyel:

$$P(x) = \rho^\lambda M(x) + (1 - \rho^\lambda) H(x) \quad 0 \leq \lambda \leq 1$$

x/ Lásd pl. [26], [45], [46].

A fenti célfüggvényben a λ paraméter azt adja meg, milyen súlyt kap a vállalat magatartásában a "ma" és a "holnap". Mivel ez a súlyozás nem szigorúan következetes, a λ paramétert megszorozzuk még egy ρ randomizáló faktorral is. /A randomizáló faktor 1 várható értékű valószínűségi változó./

Ha λ közel van 1-hez, akkor a vállalatnál dominál a "ma"; ha közel van 0-hoz, akkor dominál a "holnap". Ha mármint λ -t viselkedési paraméternek tekintjük, úgy értékét változtatgatva kísérletezhetünk: hogyan viselkedik a rendszer, attól függően, mennyire rövid- vagy messzelátó.

Ez az erősen leegyszerűsített példa jelzi, hogy egy viselkedésmód, amelyet verbálisan leírtunk, könnyen, egyszerű technikai fogásokkal formalizálható. Együttal jelzi azt is, hogy a verbális leírás rendszerint hiányos; nem kimerítő. Kiegészítő feltevéseket kell tennünk, hogy a formalizálást elvégezhessük. Ilyen kiegészítő feltevés pl. az, hogy a két érdek súlyozott közepe jut érvényre.

A szimulációs technika terjedése arra készítheti majd az empirikus vizsgálatok végzőit, hogy leírásaikat pontosabba, egyértelműbbé, teljesebbé tegyék. Elképzelhető, hogy azok a fogalmak, és relációk, amelyeket a tanulmány II. részében, az általános modellben bevezettünk, felhasználhatók létező gazdaságok, gazdasági mechanizmusok leírásához és összehasonlításához. Gondolunk itt olyan fogalmakra és relációkra, mint pl. a gazdaság egységei, szervezete, közlés-típusai, memória-függvényei, válaszfüggvényei, kommunikációs hálózata és így tovább.

Eddig csak a meglévő magyar mechanizmus empirikus leírásáról szóltunk. Felhasználhatunk azonban külföldi leírásokat is: egyrészt más szocialista országokét, másrészt kapitalista

mechanizmusok empirikus leírásait. Sajnos, amint azt már a tanulmány I. részében említettem: kevés az ilyen leírás, de azért akad.^{x/}

Nehéz kérdés ilyenkor annak elbírálása, egyáltalán indokolt-e a szakirodalomban leírt viselkedésmód beépítése modellünkbe? A leginkább előtérbe kerül ez a probléma olyankor, amikor - az új magyar gazdasági mechanizmus vizsgálatakor - piaci folyamatokat, a vállalati nyereségben érdekelt vállalatok viselkedését, szabad áralakulást stb. modellezünk. Jogosult-e ilyenkor feltételezni a hasonlóságot egy kapitalista gazdaság egyes piaci folyamataival, a kapitalista vállalat profitmaximalizáló magatartásával, szabad áralakulásával stb.? Nyilvánvaló, hogy mindez nem zajlana le azonos módon a mi körülményeink között. Eppen ilyenkor válik jól használhatóvá a szimulációs technika. Egész sor kísérletet hajthatunk végre; az egyikben a szocialista tulajdonban lévő vállalatokról erősen "kapitalistaizó" viselkedést tételezünk fel; majd további kísérletekben figyelembe vesszük különböző ellensúlyozó tényezőket, központi beavatkozásokat stb. Mindezen kísérletek eredményeit összehasonlíthatjuk. Nyilvánvaló, hogy e kísérletek közül az elsőhöz közvetlen támpontokat meríthetünk a kapitalista mechanizmus empirikus leírásaiból.

Ezzel kapcsolatban még egy nyomatékos figyelmeztetést kell tenni. Más a kapitalista mechanizmust empirikusan leíró irodalom /ez aránylag ritka/, s ismét más a kapitalista gazdaság működését gyakran idealizáló, de legalábbis sematizáló elméleti irodalom. Utóbbiról még szó lesz - de ebben a szakaszban kifejezetten empirikus irodalomra utaltam.

x/ Lásd pl. G.Katona [21].

2.3. Interju-módszer

Egy további kínálkozó lehetőség: megkérdezzük egyes személyeket, hogy egy bizonyos hipotétikus helyzetben hogyan viselkednének. Lehetőleg azokat kell megkérdeznünk, akikről feltehető: valóban kerülhetnek ilyen helyzetbe. Pl. mit tenné egy jelenlegi igazgató, ha vállalata egy meghatározott új mechanizmusban működne.

Az ilyesfajta kérdésekre adott válasznál elkerülhetetlen bizonyosfokú felelőtlenség. Azok az emberek is, akik meggondoltan és tárgyilagosan felelnek, másnak képzelik viselkedésüket egy hipotétikus helyzetben, mint amilyen a valóságos viselkedésük lenne ugyanabban a helyzetben.

Noha ez a válasz megbízhatóságát lerontja, nem mondhatunk le a vizsgálatnak erről a módszeréről. Ismeretes, hogy az interju a modern szociológia egyik alapvető módszere, amelyen kutatások nagy tömege alapul. A szociológusok sokféle technikát dolgoztak ki arra, hogyan növeljék - a nehézségek ellenére - a kapott válaszok megbízhatóságát.^{x/} Így pl. sok mulik azon, hogy a kérdés ne legyen általános /"mi az ön válaszfüggvénye..."/, hanem legyen minél realisztikusabb, "életszagu". A kérdés legyen lehetőleg kissé indirekt. Nem a megkérdezett interju-alanynak, hanem a kutatónak kell levonnia a válaszból a szükséges következtetéseket. Egyszerre több, összefüggő kérdést kell feltenni; ezeket úgy kell meg szerkeszteni, hogy ezzel is ellenőrizhessük a válaszok belső összhangját, logikáját.

A kérdéseket lehetőleg oly módon kell felállítanunk, hogy a válaszokra támaszkodva ne csak modellünk egyik-másik függvényének specifikálását végezhesük el, hanem azok szám-

x/ Lásd pl. R.König [32].

szerűsítését is. Mivel a problémát leginkább saját tapasztalataim alapján tudom illusztrálni, egy interjút ismertetek, amelyet a beruházási döntésekkel kapcsolatos kockázat-vállalás tisztázására végeztem.^{x/} A megkérdezettek elé terjesztett probléma a következő volt:

"Tegyük fel, hogy egy beruházási feladat végrehajtásához két alternatíva kínálkozik. A termelés és az üzemeltetési költség mindkettőnél azonos, de a beruházási költségek eltérőek. Az 1. alternatíva jellemzője: a beruházási költségek nagyságát pontosan ismerjük, a beruházási költség tehát biztos. A 2. alternatíva jellemzője: a beruházási költségek nagysága bizonytalan, csupán az alsó és felső határt ismerjük. Pontosabban: ismerjük a középértéket és tudjuk, hogy attól a lehetséges eltérés legfeljebb $\pm 20\%$.

Tegyük fel, hogy öt esetben kerülünk ilyen választási probléma elé. Az 1. alternatíva beruházási költsége mind az öt esetben azonos, ezzel szemben a 2. alternatíváé mindig más. Az öt alternatívát az alábbi táblázat foglalja össze.

Esetek	1. alternatíva beruházási költsége	2. alternatíva beruházási költsége	
		középérték	"-tól-ig"
A/	100	98,5	79-118
B/	100	94,5	76-113
C/	100	90,0	72-108
D/	100	86,5	69-104
E/	100	83,5	67-100

^{x/} A részletekről lásd "A gazdasági szerkezet matematikai tervezése" c. [30] könyvemet. /148-150. old./

Világos, hogy az E/ problémánál a 2. alternatívát kell előnyben részesíteni, hiszen ez még a legrosszabb esetben is 100 millió forintba kerül /vagyis ugyanannyiba, mint az 1. alternatíva/, de az is lehet, hogy kevesebbe. Melyik előnyösebb azonban az A/, B/, C/ és D/ esetben? Láthatjuk, hogy A/-tól E/-ig haladva egyre kisebb a 2. alternatíva középértéke. Kérdés: melyik esetnél kompenzálja a 2. alternatíva kisebb középértéke és jóval kisebb alsó határértéke azt a veszélyt, hogy a beruházási költség esetleg /nem biztosan!/ túlhaladhatja az 1. alternatíva biztos 100 millió forintos költségét?"

Előzetesen kidolgoztuk azt az eljárást, amellyel a kapott válasz alapján arra következtethettünk: milyen "bizonytalansági pönáléval" sujtja gondolatban a megkérdezett gazdasági vezető a bizonytalan alternatívát. Ez módot adott arra, hogy a válaszok alapján nemcsak formalizálva, hanem mindjárt számszerűsítve írjuk le a vezető állásfoglalását a rizikóval szemben.

A fenti példában csupán egyetlen szempontból végeztünk interjút a megkérdezettekkel: meg akartuk ismerni magatartásukat a bizonytalansággal kapcsolatban. Szimulációs modelleinkhez sokkal többirányú kérdés-sorozatra lesz szükség. Mivel ez lesz kutatásaink egyik fő módszere, szükségessé válik egy gazdaság-szociológus bekapcsolódása. E gazdaság-szociológusnak ki kell majd dolgoznia azoknak az interjúknak a módszertanát, amelyek anyaga - a fenti példához hasonlóan - formalizálható, s szimulációs modellek számszerűsítéséhez felhasználható.

Érdemes lesz ugyanezt a közreműködőt nemcsak az interjú elvégzésével megbizni, hanem a 2.2. szakaszban tárgyalt empirikus megfigyelések egyrészének lebonyolításával is.

Egyenlőre ugyanis - legalábbis részben, kiegészítésként - kénytelenek leszünk néhány empirikus megfigyelést magunk lebonyolítani, egyes szimulációs modellek megfelelő konkretizálása érdekében.

2.4. "Business-game"

A 2.3. szakaszban leírt interjú-módszer alkalmazása esetén a kutató kikérdezi az interjú-alanyt, majd a választ - sok más megkérdezett válaszaival együtt - statisztikailag értékeli. Ennek alapján végeredményben a kutató maga specifikálja és számszerűsíti a válaszfüggvényt.

Járható egy másik út is. Ezt az Egyesült Államokban alakították ki; ott "business-game"-nek; üzlet-játéknak nevezik.^{x/}

A mi témánk esetében ez a következőket jelentené:

A működési processzus egyrészét a gép szimulálja. Meghatározott válaszfüggvények outputját azonban nem a gép, hanem eleven emberek generálják. Kombináljuk egymással az élő, emberi döntést és a gépi szimulációt. Emberi döntés számára tartjuk fenn pl. a γ ráfordítás-utasítási függvény outputjának meghatározását, a következőképpen:

Egy erre felkért személy /mondjuk egy igazgató/ ott ül a számológép mellett. Amikor a működési processzusban sor kerülne a t -edik periódusbeli ráfordítási utasítások meghatározására, a gép kiírja a γ válaszfüggvény inputjait, azaz azokat a gazdasági információkat, amelyek e döntés meghozatalához szükségesek. A közreműködő személy ennek alapján "tervez", "dönt": megadja az utasítást. Ezt megfelelő formában

x/ Lásd pl. K.J.Cohen - M.H.Miller [8].

betáplálják a gépbe, amely folytatja a szimulációt, majd a következő periódusban ismét sor kerül erre az aktusra.

Mint látjuk, itt a "fekete doboz" az eleven emberi tudat. Nem vizsgáljuk, mi zajlik le a közreműködő személy gondolkodásában, s miért. Csupán regisztráljuk, hogy meghatározott inputra /a közölt gazdasági információkra/ meghatározott outputtal /gazdasági döntéssel, tervvel/ válaszolt. A γ válaszfüggvény formalizálására itt egyáltalán nem kerül sor, mert a döntéshozó választ minden periódusban közvetlenül közöljük a géppel.

Egy ilyen "játékhoz" persze nem egyetlen közreműködő kell, hanem több; legalább annyi, ahány egységet közvetlenül akarunk irányítani. Az USA-ban ezt a technikát főképpen didaktikai célokra használják, a managerek döntési készségének fejlesztésére. Elképzelhető azonban e módszer felhasználása a gazdasági mechanizmus szimulációjához. Ilyen körülmények között nyilván nem kell törődni didaktikai megfontolásokkal, ezért megengedhető, hogy egy-egy egység döntését ne egyetlen személy, hanem egy kis kollektíva hozza meg.

E módszer alkalmazása csak erősen leegyszerűsített modellel képzelhető el, annak érdekében, hogy a döntés meghozatala ne váljon túlságosan bonyolulttá. A közreműködők be-tanítása nem járna túl nagy nehézséggel, hiszen nem maguknak kell kezelniök az elektronikus gépet. Számukra érthető formában /pl. megfelelő táblázatokon/ irathatjuk ki a szükséges információt, s ugyancsak számukra érthető formában adhatnák meg /pl. valamilyen úrlapon/ utasításaikat. Természetesen a közreműködők számára igen nehéz feladat lesz, hogy mintegy "beleéljék" magukat a képzeletbeli szituációba; egy hipotétikus helyzetben működő vállalat vezetésébe.

Az alkalmazás egyik nehézsége: hosszú időre köti le az elektronikus számológépet. Egy-egy döntés meghozatalához gondolkodási időt kell adni. A jelenlegi nagyon szűkös gépi lehetőségek mellett ez egyenlőre nem oldható meg.^{x/} A későbbiekben azonban nem akarjuk kizárni a "business-game"-t sem a kutatás módszerei közül.

2.5. Mechanizmus-javaslatok, hipotézisek modellezése

A szimulációs modellek konkretizálásának egyik fontos forrása: a mechanizmus-reformokkal kapcsolatban kidolgozott javaslatok. Modellezhetjük mind az elfogadott, mind az elvetett javaslatokat.

Felvetődhet a kérdés: mi remélhető az ilyen vizsgálatból? Minek elektronikus számológépen szimulálni egy olyan javasolt mechanizmus működését, amelyről tulajdonképpen nem tudunk többet, mint amennyit a javaslattevő átgondolt?

Kétféle hasznot remélhetünk ettől. Egyrészt: a modell formalizálását a javaslattevők közreműködésével kell elvégezni. Eközben kiderül majd, mennyire gondolta át saját javaslatait, rejtett feltevéseit, s a várható konzekvenciákat. A formalizálás bizonyos "kényszert" jelent a javaslat teljesebb, logikusabb átgondolására.

x/ A business-game kényelmesebb megszervezését teszik majd lehetővé a nagyobb, korszerűbb - un. multiprogramozású - gépek, amelyek képesek egyszerre több feladaton dolgozni. Mialatt a játék résztvevői gondolkodnak, a gép nem veszteséget, hanem más számítást végez.

Másrészt: igen sok az olyan javaslat, amely csupán a mechanizmus egyik vagy másik oldalát vizsgálja. /Pl. csak a vállalat működését, vagy csak az árrendszert./ A többi oldalt is némileg szem előtt tartja - de csak vázlatosan, nem eléggé átgondoltan. Megkísérelhetjük több rész-javaslat együttes modellezését. Eközben kiderülhet: összeférnek-e egymással ezek a javaslatok; nem mondanak-e ellent egymásnak.

Itt tulajdonképpen eljutottunk a szimulációs módszer alkalmazásának egy igen széles területéhez. A módszer alkalmas lehet különböző hipotézisek összeegyeztethetőségének, konzisztenciájának vizsgálatára. Sok elméleti és gyakorlati közgazdász képes - elég könnyedén - rész-hipotéziseket felállítani. Az viszont már igen nehéznek, sőt gyakran megoldhatatlannak tűnik a szemükben, hogy ezek kölcsönhatását, bonyolult összefüggéseit együttesen áttekintsék. Éppen ezt kísérhetjük meg egész rendszerek szimulációjával.

2.6. Elméleti közgazdasági modellek átfogalmazása

Az elméleti közgazdaságtan számos olyan modellt ismer, amely átfogalmazható a II. részben leírt általános modell- "család" tagjává, egy meghatározott rendszer szimulációs modelljévé.

Lássunk egy példát. Ismeretes Oscar Lange-nak a 30-as években publikált tanulmánya, a szocialista gazdaság egy modelljéről.^{x/} E modell alapgondolatai némi leegyszerűsítéssel - saját terminológiánkkal - a következők:

x/ Lásd [33]. Magyar nyelvű ismertetését lásd Morva Tamás [41] cikkében.

A gazdaságban háromféle egység működik: termelő vállalatok, fogyasztók és a Tervhivatal. A gazdaság fő közlés-típusa: az ár. Az árat a Tervhivatal periódusról-periódusra változtatja, de egy-egy periódusra a vállalatok és a fogyasztók számára adva van. Mindhárom egységfajtának ismeretes a válaszfüggvénye. A vállalat - a számára kívülről adott árak mellett - olyan termelési és beszerzési tervet állít össze, amely egyrészt minimalizálja önköltségét, másrészt biztosítja saját termékeinél az ár és a határköltség egyenlőségét. A fogyasztó maximalizálja haszonfüggvényét. A Tervhivatal csökkenti az árat túl-kinálat, növeli az árat túl-kereslet esetén.

A modell formalizálása, általános modellünk szerinti átfogalmazása, majd szimulációs kísérletekre való felhasználása jól megoldható. Ezt a következő időben meg is akarjuk tenni.

Lange csupán verbálisan írta le modelljét. Már a formalizálás első lépései közben kitűnt, mennyire nem-egyértelmű a verbális leírás még az olyan exakt gondolkodásra kész matematikai közgazdásznál sem, mint amilyen O.Lange volt. Számos kiegészítő feltevést kell tehát tennünk a modell konkretizálása érdekében.

A szimulációs kísérletben megfigyelhetjük, hogyan működik a Lange-féle mechanizmus különböző kiegészítő feltevések mellett:

- Növekvő vagy csökkenő hozadék esetén;
- A bizonytalanság figyelembevételkor;
- A "külvilág" befolyásának figyelembevételkor;
- A fogyasztói magatartás másféle, realisztikusabb modellezése esetén;
- A Tervhivatal ár-korrekciós szabályainak alternatív konkretizálásai esetén.

Megállapíthatjuk, hogy e különböző esetekben konvergál-e a Lange-féle mechanizmus egy egyensúlyi állapot felé, vagy oszcillál; tartósan életképesek-e a vállalatok, vagy egyesek tönkremennek és koncentráció megy végbe és így tovább.

A Lange-féle modell csupán egyetlen, kiragadott példa. Minden olyan elméleti modell, amely a gazdaság többféle egységének együttes, egymással összefüggő működését írja le, alkalmas ilyen átfogalmazásra. Akárcsak a Lange-modell esetében, nem kellene megelégedni egyszerű átfogalmazással, hiszen ez még nem nyújt új ismeretet. Itt mindig arról van szó, hogy mód van az elméleti modell egyes szigorú feltevéseinek feloldására a általánosabb feltevésekkel való pótlására.

2.7. "Tanuló" egységek

Nem kell okvetlenül előre állástfoglalni abban, hogy az egységek milyen magatartást tanúsítsanak. Kidolgozhatunk olyan modellt, amelyben az egység "tanul", saját tapasztalatai alapján fejleszti tovább viselkedését.

Az eljárás lényegét egy nagyon leegyszerűsített példán illusztrálom.

Valamely egység, mondjuk a k sorszámú gazdálkodási egység ráfordítás-utasítási $\gamma [k]$ válaszfüggvényét vizsgáljuk. Tegyük fel, hogy az egységnek ötféle alternatív γ függvénye van: $\gamma [k,1]$, $\gamma [k,2]$, ..., $\gamma [k,5]$. Ez az ötféle függvény ötféle stratégiát, ötféle termelési, műszaki-fejlesztési, expanziós stb. politikát képvisel. Mindegyik megvalósítható; önmagában nem ésszerűtlen.

A modellben megadjuk: milyen kritérium alapján kell értékelni, hogy valamely stratégia bevált e vagy sem. Legyen pl. a kritérium a következő: mi volt az egység nyeresége a ráfordítási utasítást követő három periódusra összesítve. Ki kell számítani a korrelációt az egyes stratégiák és a stratégiák alkalmazását követő nyereségek között.

Mármost az egység véletlenszerűen választ a stratégiák között. Az eloszlás kezdetben egyenletes; minden stratégiára kb. egyforma gyakran kerül sor. Később azonban - alkalmas szabály beiktatásával - mind nagyobb súlyt kapnak, gyakrabban kerülnek alkalmazásra azok a stratégiák, amelyeknél erősebb a korreláció a nyereséggel. Az egység "tanul"; előnyben részesíti azokat a stratégiákat, amelyek "beváltak".

Persze modellezhetünk ennél árnyaltabban is tanulási folyamatokat; jobb, sokoldalubb kritériumokat adhatunk arra, mennyire vált be egyik vagy másik stratégia és így tovább.

Az itt jelzett eljárás nagy előnye, hogy nem kell előre állást foglalni valamely stratégia mellett. Természetesen a gépi program így sokkal bonyolultabbá, a számítás hosszadalmasabbá válik. Ennek ellenére későbbi kísérleteinkben ki akarunk dolgozni "tanulást" szimuláló programokat is.

2.8. A források kombinálása

Foglaljuk össze az elmondottakat. Az előbbieken a 2.1.-2.6. szakaszokban szimulációs módszerek konkretizálásának hatféle útját, hatféle forrását ismertettük:

1. Valóságos gazdasági folyamatok adatainak megfigyelése és statisztikai feldolgozása.
2. Ténylegesen létező mechanizmusok empirikus megfigyelése és verbális leírása.
3. Interjú-módszer; potenciális döntéshozók megkérdezése arról, mit tennének hipotétikus helyzetekben.
4. A gép és az élő ember "kombinációja"; egyes döntéseket a szimulációs számítást végző gép, másokat erre felkért "döntéshozók" hoznak meg.
5. Formalizálunk mechanizmus-javaslatokat, hipotéziseket.
6. Szimulációs modellé fogalmazzuk át a közgazdasági elmélet egyes modelleit.

Nem szükséges, hogy egy-egy modell konkretizálásához kizárólag vagy az egyik, vagy a másik eszközt vegyük igénybe. Egyrészt: a különböző forrásokból nyert információkat összevethetjük egymással; felhasználhatjuk őket egymás kölcsönös ellenőrzésére. Másrészt - és ez a legfontosabb - kombinálhatjuk a forrásokat. Pl. a modellel megkíséreljük leírni egy empirikusan megfigyelt valóságos rendszer működését, majd egy-két lényeges ponton módosítást hajtunk végre, miközben követjük: hogyan reagál erre a módosításra a rendszer. Ez gyakorlatilag azt jelentheti például, hogy a válaszfüggvények egy részét statisztikai alapon konkretizáljuk, másik részük viszont valamely reform-javaslat hipotéziseit formalizálja. Ily módon megállapíthatjuk, hogy e hipotézisek összeegyeztethetők-e a valóságban megfigyelt viselkedésmóddal. Vagy: kombináljuk az empirikus leírásokból és az elméleti irodalomból vett feltevéseket.

Tulajdonképpen a "tanulás" szimulálása is a források egyfajta kombinálását jelenti. Alternatív viselkedési módok, döntési szabályok szerepelnek a modellben /ezek egyrésze származhat empirikus megfigyelésből, másik részük az elméleti irodalomból stb./. A modellszerkesztő nem választ előre közöttük, hanem a szimulált egység maga választja meg legalkalmasabb kombinációjukat.

Akár a "tanulás" szimulálása révén tesszük is, akár pedig a modellszerkesztő eleve különböző módszerekkel megalkalmazott viselkedés-módokat épít be a modellbe, mindenképpen a modell-konkretizálás forrásainak kombinálása ígérkezik a gyakorlatilag leginkább járható, legtöbb eredményt ígérő módszernek.

IV. RÉSZ:

KUTATÁSUNK ÉS AZ IRODALOM

1. Az ismertetés feladata

A tanulmány következő IV. része nem törekszik a kérdés irodalmának teljes áttekintésére. Nem ad sem átfogó ismertetést, sem kellően kiegyensúlyozott bírálatot. A kutatás jóval későbbi stádiumában esetleg erre is sor kerülhet; most azonban nem vállalkozunk erre.

Az áttekintésnek két fő célja van.

Az egyik cél: világossá tenni az olvasó előtt, mit vetünk át más szerzőktől, melyek a kutatás fő irodalmi forrásai. Ez egyuttal rávilágít arra, hogy többféle tudományág, többféle kutatási irány, többféle megközelítési módszer bizonyosmértvű szintetizálására van szükség ahhoz, hogy a gazdaság, s ezen belül a mechanizmus modellezését megoldjuk.

Az áttekintés másik célja: az eltérések tisztázása. Bírálatra tulajdonképpen még nemigen van erkölcsi alapunk; még nem tudtuk igazolni, hogy saját kutatásaink eredményesebbek lesznek, mint azoké a kutatóké, akiktől el akarunk térni. Egyenlőre tehát arra szorítkozunk, hogy megmutassuk: miben tér el e tanulmány felfogása, az itt vázolt módszer az irodalomból ismert más tanulmányokétól.

2. A modern matematikai közgazdaságtan

2.1. A modern egyensúlyelmélet

A nem-marxista közgazdaságtudománynak a gazdasági mechanizmussal kapcsolatos kutatásai az un. általános egyensúlyelméletben /general equilibrium theory/ érték el legjelentősebb eredményeiket.

A kutatási irány kiindulópontja L.Walras, majd V.Pareto munkássága. Később összekapcsolódik az un. "jóléti közgazdaságtannal" /welfare economics/, amelynek kezdetét Pigou könyvétől számíthatjuk.^{x/} Modern formája - s egyuttal eddigi csúcsteljesítménye - az un. Arrow-Debreu modell.^{xx/} Ez a matematikai közgazdaságtan legújabb, legfejlettebb apparátusával dolgozik; elsősorban a konvex halmazok matematikai elméletét használja fel. Arrow és Debreu eredeti munkáinak megjelenése óta több kísérlet történt e modell továbbfejlesztésére, általánosítására, ill. egyes speciális esetekre történő alkalmazására; a tételeknek az eredetitől eltérő bizonyítására, ill. interpretálására. Érdemes kiemelnünk Koopmans tanulmányát^{xxx/}, amely a matematikai programozás alkalmazói előtt jól ismert lineáris gazdasági modell, az "activity analysis" formanyelvén fejti ki az Arrow-Debreu-modell alapgondolatait.

x/ Lásd A.C.Pigou [47].

xx/ A modellt először K.J.Arrow állította fel, 1950-ben [2] munkájában, majd G.Debreu fejlesztette tovább. Legfontosabb összefoglalása: [10]. Dinamikus továbbfejlesztését adja [4].

xxx/ Lásd T.C.Koopmans [23].

A továbbiakban ezt az iskolát "modern egyensúlyelméletnek" nevezem.^{x/}

Az alábbi ismertetésben nem a szerzők saját terminológiáját használom, hanem - legalábbis részben - jelen tanulmány általános modelljének terminológiáját. Nem adok formális leírást; ez megtalálható a felsorolt művekben. Ehelyett néhány alapgondolatot, kiinduló feltevést és végkövetkeztetést emelek ki.

A gazdaságban véges számú terméket állítanak elő és fogyasztanak el.

A termékeket termelő egységek - pl. vállalatok - termelik. Minden termelő számára adva van a lehetséges termelési tervek halmaza. Ezt a halmazt, más tulajdonságok mellett, az jellemzi, hogy konvex. A modell kizárja a növekvő hozadék esetét.

A termékeket fogyasztói egységek - pl. háztartások - fogyasztják. Minden fogyasztási egység számára adva van a lehetséges fogyasztási tervek halmaza. E halmaz konvex. Minden fogyasztói egység egy hasznossági függvénnyel rendelkezik, amelyben kifejezésre jutnak az egység preferencia-relációi. A fogyasztó preferenciáit jellemző indifferencia-felületek alulról konvexek. Ez gyakorlatilag a következőket jelenti. Ha pl. két termék fogyasztásának a fogyasztó szempontjából indifferens, egyenlő hasznosságú kombinációit tekintjük, s az indifferencia-görbe mentén elindulunk egy adott kombinációból, úgy az egyik termék fogyasztását rendre egy-egy egységgel csökkentve, a kiesést a másik termék fogyasztásának mind nagyobb és nagyobb adagjaival kell pótolni, ellensúlyozni /a

x/ A modern egyensúlyelmélet tömör matematikai összefoglalása található S.Karlin [20] könyvében, 280-288 és 292-301. old. Közgazdasági alapgondolatait népszerűbb formában írja le R.Dorfman-P.A.Samuelson-R.M.Solow [11] könyve, 13. és 14. fejezet.

többi termék fogyasztásának változatlan szintje mellett/. Feltételezik továbbá, hogy a fogyasztó szükségletei nem te-
litődnek.

A fogyasztó jövedelmei több forrásból erednek. Egyrészt kezdeti készleteiből. Másrészt a termelésben keletkező profitból való részesedésből: ez a részesedés előre rögzített arányban megy végbe; a részarány lehet egyes fogyasztóknál nulla is. A munkával szerzett jövedelmeket a modell úgy reprezentálja, mint egy speciális termékért - a munka-szolgáltatásért - kapott árat.

Ezekután két fogalmat kell még megismernünk. Az egyik a "kompetitív egyensúly" fogalma. Kompetitív egyensulyról akkor beszélünk, ha 1. minden termék ára nem-negatív /pozitív vagy nulla/, 2. minden termelő egység profitja maximális, az adott egyensúlyi árak mellett, 3. minden fogyasztói egység hasznossági függvénye a maximális értéket veszi fel; emellett a fogyasztási egység nem költ többet vásárlóerejénél és 4. minden kereslet ki van elégítve; s minden olyan terméknek, amelynek kínálata nagyobb, mint a kereslete, nulla az ára.

A másik fogalom, amelyet az elmélet felhasznál, a "Pareto-optimum" fogalma. Egy gazdaságnak számos Pareto-optimalis állapota lehet. A Pareto-optimalitás kritériumának meg nem felelő állapotokat az jellemzi, hogy legalább egy fogyasztó fogyasztása növelhető anélkül, hogy a többi fogyasztó fogyasztása csökkenne. Ezzel szemben a Pareto-optimalis állapotban lévő gazdaságban már csak úgy javíthatjuk bármely fogyasztó helyzetét, hogy eközben lerontjuk legalább egy másikat. Az elmondottak alapján világos, hogy egy Pareto-optimalis állapot elérése /nem-Pareto-optimalis helyett/ nem sérti egyetlen fogyasztó érdekét sem, miközben legalább egy /vagy esetleg több/ fogyasztó érdekeit határozottan szolgálja.

A modern egyensúlyelmélet - a fentiekben vázlatosan körvonalazott feltevések és definíciók mellett - deduktíven bizonyít három fő tételt:

1. Mindenekelőtt egy egzisztencia-tételt: a gazdaságban létezik kompetitív egyensúly. /Természetesen nem egyetlen, hanem sokféle kompetitív egyensúlyi állapot állhat fenn ugyanabban a gazdaságban./

2. Minden kompetitív egyensúly Pareto-optimális állapotot jelent.

3. Minden Pareto-optimális állapot megköveteli a kompetitív egyensúlyt.

E nagyon rövid ismertetés után térjünk rá az értékelésre.

Mindenekelőtt ki kell emelni az elmélet kidolgozásában elért módszertani eredményeket. Az elmélet felépítése szigorúan exakt, axiomatikus jellegű. A tételek - az adott axiómák mellett - igazak; matematikailag bizonyítottak.

Mindent a szigorú elemzést nem valamilyen szűk részlet-problémán végzik, hanem egy nagyon átfogó modellben, amelyben megjelenik mind a reálszféra, mind a mechanizmus; reprezentálódnak a termelő és a fogyasztó egységek, a kínálat és a kereslet, az árak, a költségek és a nyereség, a termelő vállalat profitmaximalizálási és a fogyasztó hasznosság-maximalizálási törekvése és így tovább.

A tárgyalás jellegzetessége: a korrektség, "őszinteség". Nincsenek elrejtett feltevések; a szerzők az olvasók elé tárják azokat a premisszákat, amelyekből konklúzióik logikailag következnek.

Ennek ellenére a modern egyensúlyelmélet tulajdonképpen nagyon kevésbé "használható", kevésbé "munkaképes". A feltevések egyrésze nagyon erős; messze elszakad a realitástól.

Ugyanakkor végeredményben a tételek is keveset mondanak. Nézzük meg ezt kissé közelebbről:

A/ A modern egyensúlyelmélet reálgazdasága szigorúan determinált. Nem ismeri a véletlen tényezők hatását; az ezzel járó bizonytalanságot. Valójában pedig minden igazi gazdasági mechanizmus eredményessége egyebek között azon ítélhető meg, hogyan képes szabályozni egy olyan reálszférát, amelyre hat a véletlen; hogyan tud alkalmazkodni előre nem látott eseményekhez; hogyan viszonyul a kockázathoz. Hogyan képesek a gazdaság szereplői, egységei reagálni egymás cselekvésére - egyebek között egymás előre nem látott akcióira.

Legutóbb Roy Radner tett kísérletet az Arrow-Debreu modell általánosítására a bizonytalanság figyelembevételével.^{x/} Végső következtetése azonban az volt, hogy kevés a remény a "klasszikus" optimalitási tételek /lásd a fenti 2. és 3. tétel/ fenntartására a bizonytalanságot is magában foglaló általánosabb modellben.

B/ Az általános egyensúlyelmélet eredeti, Arrow-Debreu-féle formája kizárja a növekvő hozadék esetét. Pedig ez a gazdaság egyik legfontosabb jelensége. Éppen a tömegtermelés révén keletkező relatív előnyök visznek a termelés koncentrációja és centralizációja felé, ez pedig tovább fokozza a növekvő hozadék megjelenését. A koncentráltabb gazdaságban megjelennek az oligopóliumok, monopóliumok, s ezzel együtt az ár nem lesz többé kívülről "adott" a vállalat számára. A növekvő hozadék elhanyagolása esetén nem tanulmányozhatók olyan fontos problémák, mint éppen a centralizáció és decentralizáció - a gazdasági mechanizmus e központi kérdése.

x/ Lásd R.Radner [49].

Történtek kísérletek az elmélet ezirányu továbbfejlesztésére; ennek eredményei azonban még nem ismertek előttem.^{x/}

C/ Az "Arrow-Debreu gazdaságnak" csak kétféle szereplője van: termelő és fogyasztó egységek. A valóságos világ - és különösen a modern világ - ismer más fontos egységeket is: kormányt, tervhivatalt, árhivatalt, bankot, konjunktúra-kutató intézetet, adóhivatalt, vámhivatalt, egyszóval különböző adminisztratív és közlési funkciókat ellátó egységeket, amelyeknek igen nagy a befolyásuk a gazdaságra.

D/ A modern egyensúlyelmélet mechanizmusában áramló közlések egyedüli típusa: az ár. Ehhez kapcsolódik minden, a gazdaság működésére ható információ: a nyereség, a költség stb. A valóságos gazdaság, s különösen a modern gazdaság azonban, amint arra már rámutattunk, ennél sokkal összetettebb jelzésrendszerrel, közlés-áramlással működik.

E/ A Pareto-optimum fogalma nagyon keveset mond a rendszer működésének elbírálásához. A rendszer sokféle Pareto-optimalis állapotot vehet fel; a különböző Pareto-optimalis állapotok a lakosság, az egyes rétegek, osztályok, csoportok szempontjából élesen eltérőek lehetnek.

F/ A modell feltételezi mind a termelő vállalatok, mind a fogyasztók szigoruan racionális viselkedését, teljes preferencia-rendszerét. Ez még a termelőkről sem mondható el, még kevésbé a fogyasztókról.

Az a bírálat, amelyet a fenti pontokban összefoglaltam, ill. annak egyes elemei megtalálhatók más szerzők műveiben is.^{xx/}

x/ Debreu az Econometric Society 1965. évi római kongresszusán előadta saját elméletének ezirányu továbbfejlesztését. Az előadás szövege azonban nem áll rendelkezésünkre, ezért ezt egyelőre még nem tanulmányozhattuk.

xx/ Lásd pl. T.C.Koopmans [24], R.Radner már említett [49] tanulmánya.

Az elmondottak ellenére az általános egyensúlyelmélet modern változatainak nagy a hatása a közgazdasági gondolkodásra. Egyrészt a matematikai közgazdászokra, mégpedig nemcsak Nyugaton, hanem a szocialista országokban is. Kétségtelen ennek az elméletnek a rokonsága a matematikai programozás dualitási tételeinek közgazdasági interpretációjával, azaz az optimális termelési és fogyasztási tervekhez hozzárendelt optimális árrendszer létezésének bizonyításával. Emellett - sok áttételen át - ez az elmélet befolyásolja a nem-matematikai kutató közgazdászok, vagy éppenséggel gyakorlati szakemberek gondolkodását is. Alátámasztja pl. az un. egyensúlyi árak, egyensúlyi kamatláb, a nyereség-maximalizálás stb. egyoldalú, tuloptimista értékelését.

A modern egyensúlyelmélet bírálata tulajdonképpen nagyon könnyű feladat, hiszen megalkotói álcázás nélkül elénktárják gyenge pontjaikat - de végeredményben keveset ér. Nem elég ezt az elméletet bírálni, hanem tul kell haladni. Helyettesíteni kell olyan általánosabb elmélettel vagy elméletekkel, amelyek feltevései reálisabbak.

Mi, a magunk részéről, nagyon messze vagyunk ettől, s eddig tulajdonképpen még semmi kézzelfoghatót nem tudunk adni - de legalábbis szeretnénk előrelépni az általános egyensúlyelmélet konstruktív bírálatának, túlhaladásának irányában. Ez a törekvés nyomja rá a bélyegét kutatásunknak az egyensúlyelmélettel való viszonyára. Egyrészt tanulunk belőle, felhasználjuk eredményeit.^{x/} Ugyanakkor viszont szabadulni igyekszünk logikájának "szépségétől", attól a kisértés-

x/ Így pl. a modern egyensúlyelmélet, s a vele összefonódó "activity analysis" irodalom végezte el a "termék", "tevékenység" és "erőforrás" fogalmainak azt a nagyfokú általánosítását, amelyet mi is alkalmazunk általános modelünkben. Itt a közgazdasági elméletnek sikerült eljutnia három olyan alapfogalomhoz, amely nem vezethető vissza tovább még egyszerűbb, még általánosabb fogalmakra.

től, hogy kész apparátusával dolgozzunk, kész feltevéseit alkalmazzuk, a már kitaposott ösvényen haladjunk tovább. Többek között a szimulációs technikától reméljük, hogy segítségével más utra térhetünk át.

2.2. A dekompozíciós módszerek közgazdasági interpretációja

Néhány évvel ezelőtt dolgozta ki Dantzig és Wolfe az ún. dekompozíciós módszert, speciális szerkezetű, nagyméretű lineáris programozási feladatok megoldásának egyszerűsítésére.^{x/} Azóta mások is kidolgoztak hasonló célú algoritmusokat, így többek között Lipták Tamás és a szerző is.^{xx/}

E dekompozíciós módszerek felfoghatók egy matematikai feladat megoldására alkalmas újfajta - az eddigiektől eltérő - algoritmusoknak, amelyek kihasználják a feladat különleges szerkezetét.

Ugyanakkor azonban a dekompozíciós módszereknek adhatunk közgazdasági értelmezést is. Kutatásunkban éppen ezt használhatjuk fel. Valamennyi eddig ismert dekompozíciós eljárás közös tulajdonsága, hogy a számítási feladat egyrészt egy "központ", másik részét pedig alsóbbfoku egységek /pl. "szektorok", "vállalatok"/ oldják meg. A központi és az alsóbbfoku egységek között közlések áramlanak. Mind a központ, mind az alsóbbfoku egységek meghatározott - matematikailag formalizált - válaszfüggvényekkel rendelkeznek. Az alsóbbfoku egység a központtól kapott inputra saját válaszfüggvénye

x/ Lásd G.B.Dantzig - P.Wolfe [9]. Magyar nyelvű közgazdasági interpretációja a [28] tanulmányban olvasható.

xx/ Lásd [27], [30] és [33a] .

alapján kiszámítja outputját, s azt közli a központtal. A központ - az alsóbbfoku egységektől kapott inputok alapján, saját válaszfüggvénye szerint - határozza meg új outputját és így tovább.

A különböző dekompozíciós módszerek abban különböznek egymástól, hogy a különböző feladók és címzettek között milyen közlés-típusok áramlanak; mi az egységek válaszfüggvénye; hogyan használja fel az egység válaszfüggvénye a korábbi inputokat és outputokat, azaz hogyan viszonylik saját memóriatartalmához és így tovább. Így pl. a Dantzig-Wolfe módszerben a központ, mint feladó árakat küld az alsóbbfoku egységeknek, s mint címzett terv-javaslatokat kap tőlük. A magyar szerzők által kidolgozott eljárás esetében a központ tervutasításokat - kibocsátási feladatokat és erőforráskereteket, anyagkereteket - ad az alsóbbfoku egységeknek és azok értékelését /árnyékárait/ kapja vissza-jelentésként. Mivel a tervezés két szinten, a központban és az alsóbbfoku egységekben folyik, az eljárást "kétszintű tervezésnek" neveztük el. /Ezt az elnevezést eredetileg saját algoritmusunknak adtuk; a név azonban általánosítható, minden dekompozíciós eljárásra./

Az elmúlt években több szerző kezdett foglalkozni - kezdetben egymástól függetlenül -, a dekompozíciós eljárások közgazdasági értelmezésével. Így pl. az 1963. évben, Cambridgeben tartott konferencián Malinvaud professzor előadást^{x/} tartott a Dantzig-Wolfe-módszer, a szerző pedig a már említett magyar módszer közgazdasági interpretációjáról. Malinvaud professzor a Lange-féle szocializmus-modellt is a "kétszintű tervezés" eljárásai közé sorolta. Legutóbb az USA-ban T.Marschak foglalkozott a Dantzig-Wolfe-módszer hasonló szempontok szerinti értékelésével.^{xx/} Egyebek között vizsgálta

x/ Lásd E.Malinvaud [34].

xx/ Lásd T.Marschak [36].

azt a kérdést is, mi az előnye és a hátránya a szigorúan centralizált, ill. decentralizált döntéseknek. Belgiumban Waelbroeck összefoglaló tanulmányban kísérelte meg áttekinteni a matematikai közgazdaságtannak ezt az irányzatát.^{x/}

A Közgazdaságtudományi Intézetben végzett vizsgálataim megkezdésekor a dekompozíciós módszerek közgazdasági interpretálása állt munkám előterében. Biztatónak éreztem, hogy a kétszintű tervezés modelleinek egy lényeges előnyük van pl. a modern egyensúlyi elmélet modelleivel szemben: éppen kétszintű jellegük. Az egyensúlyelmélet "egyszintű" gazdaságot mutat be, amelyben csak egymás mellé rendelt egységeket /vállalatokat és fogyasztókat/ találunk. Márpedig a modern gazdaságra, különösképpen pedig a szocialista gazdaságra a többszintűség jellemző.

Sajnos, ettől a lényeges különbségtől eltekintve az eddig ismert dekompozíciós módszerek is - amennyiben a gazdaság működésének formalizálására, modellezésére kívánjuk őket felhasználni - hasonló gyengeségekkel rendelkeznek, amelyekről az előző szakaszban, az egyensúlyelmületről szólva már beszélünk. E gyenge pontok: a determinisztikus jelleg, a konvexitás /sőt linearitás/ kikötése, teljes preferencia-rendszer és így tovább. Ezért is kezdtem végülis más utakat keresni a gazdasági mechanizmus matematikai modellezésében.

Most azonban, hogy általános szimulációs modellünk már kialakult, ismét felvethető a gondolat: érdemes lenne a dekompozíciós módszereket is átfogalmazni ebbe a modelltipusba. Láthattuk már a fenti rövid leírásnál is, milyen könnyedén írhatók le a dekompozíciós, kétszintű tervezési modellek a jelen tanulmány terminológiájával. De persze szükség van bizonyos átalakításokra.

x/ Lásd J. Waelbroeck [57].

Mindenekelőtt: a kétszintű tervezés módszerei tervezési, nem pedig működési /tehát ezen belül elsősorban termelési, értékesítési és fogyasztási/ processzust irnak le. A kétszintű tervezést beépíthetjük működési modellünkbe, mint kommunikációs processzust, amelyhez azonban hozzá kell csatolni egy vegetatív működési processzust is.

Ugyanakkor a szimulációs technika lehetővé teszi, hogy némileg fellazítsuk a dekompozíciós módszerek túl szigorú feltevéseit s túl merev válaszfüggvényeit. Pl. megfigyelhetjük, mi történik, ha az alsóbbfokú egység némileg torzított jelentéseket küld a központnak; akár nem-szándékos, akár tendenciózus torzitással; ha a véletlen hat a rendszer működésére stb.

2.3. "Team"-elmélet

1955-ben jelent meg a matematikai közgazdaságtan egyik veteránjának, J.Marschaknak a cikke a "team"-ek, munkacsoportok elméletéről.^{x/} Gondolatait később R.Radner fejlesztette tovább.^{xx/} Jelenleg közös könyvük van sajtó alatt erről a témáról.

A team lehet pl. egy vállalat vezérkara: az egyes menedzserek külön-külön is rendelkeznek információkkal és hatáskörrel, egymással is kapcsolatban állnak, s végeredményben együttesen érdekeltek a vállalat jó eredményeiben.

x/ Lásd J.Marschak [35].

xx/ Lásd R.Radner [48].

Az általam ismert tanulmányokban kevés még a befejezett eredmény; inkább az új fogalmak és kérdésfeltevések figyelemreméltóak. Radner pl. megkülönböztet döntési változókat és informatív változókat; némileg rokon értelemben, a mi modellünkben szereplő fizikai változó - közlési változó fogalom párral. A probléma: hogyan kell optimálisan megválasztani a döntési és informatív változók együttesét.

Marschak cikkében felvetődik az "információs struktúra" fogalma, a gazdaság leírása abból a szempontból, hogy az egységek miről és kitől kapnak információkat. Minden információs struktúrához meghatározott döntési szabályok tartoznak. Felveti a különböző információs struktúrák lehetőségét, s a köztük való választás problémáját. Kommunikációs hálózatról beszél, amelyhez megfigyelési pontok tartoznak. /Egy-egy megfigyelési pont a "team" egy-egy tagjához csatlakozik./ A team tagjai között kommunikációs hálózat van.

E cikkek kiemelik, hogy maga az információ feldolgozása és továbbítása költségekkel jár; ezt tehát figyelembe kell venni a különböző alternatív információs struktúrák összehasonlításakor.

2.4. Hurwicz "alkalmazkodási processzus" elmélete

Kutatásunk kérdésfeltevéséhez legközelebbálló szemlélettel L.Hurwicz egy cikkében találkoztunk.^{x/}

x/ Lásd L.Hurwicz [18]. Ezen a helyen szeretnék köszönetet mondani Lipták Tamásnak, aki segítséget nyújtott Hurwicz cikkének feldolgozásához, s a jelen tanulmányban tárgyalt néhány más probléma tisztázásához.

Gondolatmenete a következő:

Adva van egy "környezet" /environment/. E környezetben gazdasági tevékenységek zajlanak le, amely egy erőforrás-áramlási mátrix-szal írható le. Definiálunk meghatározott formális kritériumokat az erőforrás-áramlás elbírálására: mikor nevezzük hatékonynak, nem-pazarlónak, Pareto-optimálisnak stb.

Hurwicz-nál eleve adva van a gazdaság felbontása egységekre /a mi általános modellünk terminológiája szerint értelmezve az egység fogalmát/. Ez is egyik összetevője a környezetnek.^{x/}

Mármost a probléma a következő: keressük az adott környezethez hozzárendelhető legjobb "alkalmazkodási folyamatot" /adjustment process/. Az alkalmazkodási folyamat leírható azzal, hogy megadjuk a gazdasági egységek "nyelvét", valamint a hozzájuk beérkező üzenetekre adott reakciókat kifejező válaszfüggvényt.^{xx/}

Hurwicz szerint a probléma adata: a környezet, ismeretlenje, amelyet meg akarunk határozni; a hozzá rendelhető alkalmazkodási folyamat.

Az alkalmazkodási folyamat értékelésére Hurwicz ugyancsak több kritériumot vezet be, többek között az "információs hatékonyság" fogalmát. Ezt - némi egyszerűsítéssel - így fogalmazhatjuk meg: két alkalmazkodási folyamat közül az rendelkezik nagyobb információs hatékonysággal, amely ugyanazt az eredményt kevésbé részletesen bontott információval éri el.

x/ Mint látjuk, a Hurwicz-féle "környezet" értelmezése lényegesen eltér attól, amit mi az általános modellben "külvilágnak" nevezünk.

xx/ A "válaszfüggvény" fogalmát Hurwicz a kibernetikából, az idegrendszer matematikai modelleiből vette át. A közgazdasági irodalomban azonban kizárólag az ő munkájában találkoztam ezzel az elnevezéssel.

A tanulmány végül két alkalmazkodási folyamatot ismer-
tet konkrétan. Az egyik: a "kompetitív folyamat"; ez lénye-
gében az Arrow-Debreu-modell dinamizált változatának felel
meg. A másikat "mohó /greed/ folyamatnak" nevezi. Utóbbi
"nyelve" nem tartalmaz árat, minden egység egy iteratív
eljárás keretében mintegy hozzáidomul a többi egység közvet-
len ajánlataihoz. Hurwiciz megállapítja, hogy a kompetitív
folyamat információs hatékonysága nagyobb - viszont csak
olyan környezetben képes működni, amelyben nincs növekvő ho-
zadék. A másik /ár-nélküli/ folyamat információs hatékonysá-
ga kisebb, viszont működhet növekvő hozadék mellett is.

Nézetem szerint Hurwiciz tanulmányában nem a fent emli-
tett végső megállapítások a leginkább figyelemreméltóak, ha-
nem maga a kérdés feltevése, a probléma megközelítésének
módja és néhány fontos fogalom bevezetése. Saját tanulmányunk
a Hurwiciz-féle kutatás egyenes folytatásának tekinthető; a
II. részben leírt modell az ő modelljének további általáno-
sítását jelenti.

Hurwiciz az általa leírt két konkrét alkalmazkodási fo-
lyamatra vonatkozó tételeit deduktív úton bizonyítja. Mi
- amint jeleztük - fő kutatási módszerként szimulációs tech-
nikát akarunk használni. Éppen ez teszi lehetővé, hogy ál-
talanos modellünk, s ezzel együtt egyes konkrét modelleink
is sokkal kevesebb megszorítást tartalmazzanak majd, mind
Hurwiciz modellje; pl. ne legyenek determinisztikus jellegű-
ek, hanem vegyék figyelembe a bizonytalanságot, a véletlen
szerepét.

E korlátok azonban nem kisebbítik a Hurwiciz-tanulmány
érdemeit, gondolatébresztő hatását.

2.5. A közgazdasági elméletek osztályozásáról

A 2.1.-2.4. szakaszokban beszámoltam arról, hogy a matematikai-közgazdaságtan mely forrásaiból merítettem kutatásaimban. Ezek áttekintése után szeretnék még egy gondolatot felvetni, ha egyenlőre még nagyon éretlen formában is.

A II. részben leírt általános modell; az ott szereplő elem-kategóriák és válaszfüggvények és változók egyfajta "tartalomjegyzéket" alkotnak. E tartalomjegyzék felsorolja azokat az elemeket, összefüggéseket, amelyek egy formalizált modellben egyáltalán szerepelhetnek. Amennyiben igaz az, hogy e tartalomjegyzék eléggé teljes, úgy ennek alapján könnyen megadhatjuk egy-egy elmélet, modell lényeges ismérveit; megmondhatjuk: mit vesz figyelembe és mit hanyagol el.

Inkább csak illusztrációképpen említék néhány példát.

Mindenekelőtt a modellek, elméletek egyrésze kizárólag a reálszférára szorítkozik, tekintet nélkül a mechanizmusra. /Pl. Leontief modellje./ A modellek másik része /mondjuk Walras-é/ mindkét szférát érinti.

A modellek egyik része meghatározott egységfajták viselkedését, válaszfüggvényeit önmagukban írja le: pl. a fogyasztás, a kereslet elmélete a fogyasztói gazdálkodási és transzformációs egységeket, a termelési függvények elmélete a termelési transzformációs egységeket, a vállalat elmélete a termelési gazdálkodási egységeket, a piaci formák elméletei meghatározott tranzakciós egységeket és így tovább.

Ugyanakkor vannak szintétikus elméletek, amelyekben többféle egység szerepel. /Pl. a már említett Lange-modellben, az Arrow-Debreu-modellben és így tovább./ Ezeknél megadható, hogy milyen egység-fajták jelennek meg modelljükben, s melyek létezését hagyják figyelmen kívül.

Ha azután közelebb lépünk ezekhez az elméletekhez, s megnézzük, hogyan írják le az egységek viselkedését, kitűnik: mindegyik valamilyen meghatározott módon specifikálja a válaszfüggvényeket. /Pl. hogyan függ az időtől, függ-e a véletlentől; szigorú racionalitás érvényesül-e benne stb./

A modellek jól osztályozhatók aszerint, milyen közlés-típusokat ismer; pl. ismer-e egyáltalán az árákon kívül egyéb fajta közlés-típust is.

Egyelőre csak e néhány példával kívántam illusztrálni e gondolatot. Ha most az elé a feladat elé kerülnek, hogy próbáljam megszerezni a formalizált, matematikai modellek elméletttörténetét, megkísérelném e fentiekben vázolt módon tenni. Lehetséges azonban, hogy a megvalósítás nem sikerülne; egyes elméletek nem férnének bele az általános modell szerinti osztályozás Prokrustes-ágyába. Mindenesetre a gondolat egyik próbája a különböző elméleti modellek szimulációs modellé való átfogalmazása lesz, ahogyan azt a III. rész 2.7. szakaszában, a Lange-modell példáján jeleztem.

3. A szimuláció irodalma

Amikor kutatásunk forrásait felsoroljuk, ki kell emelnünk a szimuláció irodalmát. A szimulációs technikát természetesen nem mi találtuk ki, hanem az évek óta ismert s mi átvettük.

A szimulációs módszerek gazdasági alkalmazásának egyelőre nem túl nagy az irodalma.^{x/} Néhány fontos vizsgálatot végeztek e módszerrel az USA-ban. Sajnos, ezek tárgyköre rendszerint nagyon eltért a miénktől, pl. demográfiai előrebecslést, vállalati operáció-kutatást szolgáltak.^{xx/} A legközelebb esik témánkhoz a már említett piaci szimuláció.^{xxx/}

A mi vizsgálatunk tárgya - egy gazdasági rendszer működése, mechanizmusa - lényegesen eltér az említettektől, s számos új kérdést vet fel. Ilyen célra, tudomásom szerint, még nem alkalmaztak szimulációs módszereket. Ezért inkább módszertani, gépi programozási stb. szempontból támaszkodhatunk a szimuláció irodalmára, mintsem konkrét eredmények felhasználásában.

Magyarországon néhány kutatásról értesültünk, amelynek iránya némileg rokon a miénkkel. Így pl. Máriás Antal, Kálmán Róbert és mások - analóg számológépek segítségével - kívánnak egyes gazdasági folyamatokat szimulálni. Frigyes Ervin a jövedelemeloszlás problémáit kívánja szimulációs modellel vizsgálni.^{xxxx/} Szimulációs kutatások folynak a Nehézipari Minisztérium Számológépközpontjában is. Célszerű lesz a jövőben e kutatókkal szoros kooperációt kialakítani.

x/ Az összefoglaló jellegű művek közül leginkább kiemelhető G.H.Orcutt és mások [44], valamint H.Guetzkow [16] munkái.

xx/ Lásd a már említett [44] könyvet, valamint M.Shubik [51] cikkét.

xxx/ Lásd [5].

xxxx/ Lásd [12].

4. Kibernetika, automata-elmélet

A szerző tájékozottsága a kibernetika, az információ-elmélet, az absztrakt automaták elmélete és a gépi nyelvek irodalmában nagyon szűk és felszínes. Mindenesetre az az ismeretanyag, amelyet eddig szereztem, már eddig is elősegítette a gazdaság bizonyos összefüggéseinek megértését, új fogalmak kialakítását. Világossá vált számomra, hogy a felsorolt elméletek, kutatási ágak a mi kutatásunk nélkülözhetetlen "segédtudományai" lesznek.^{x/} Ezért is tekinthető szerencsésnek, hogy a kutatásban résztvevő matematikus-kollektíva két tagja kifejezetten specialistája a kibernetikának, az automaták és a gépi nyelvek elméleteinek.

A leglényegesebb érintkezési pont az automata-elmélettel mutatkozik. A kutatásban közreműködő matematikusok rámutattak arra, hogy a gazdasági egység, amelyet az általános modell (2) - (5) válaszfüggvényei jellemeznek, felfogható

x/ E tanulmány írása közben került kezembe egy kötet, amely az un. rendszer-elmélettel /general system theory/ foglalkozik. /Lásd [40] /. Tárnya: rendszerek általános absztrakt vizsgálata, tekintet nélkül arra, hogy mi a rendszer konkrét tartalma: gép, élő szervezet vagy társadalom. Világos, hogy a "rendszerelmélet" közeláll, vagy éppenséggel átfedi a kibernetika területét. A rendszerelmélet olyan fogalmakkal dolgozik, mint a rendszer struktúrája, inputja, outputja, állapota stb. E szavak puszta megemlítése is jelzi, hogy tárgyköre mutat bizonyos hasonlóságot a mi vizsgálatainkkal.

Egyébként a kibernetika gazdasági alkalmazásáról eddig kevés érdemleges könyv jelent meg. Megemlíthetjük S.Beer [5] könyvét, Greniewski működését. /Lásd [14] és [15]/. O.Lange is foglalkozott ezzel a tárgykörrel.

un. véges automatának.^{x/} Ezzel együtt a rendszer egésze, amely egységek egymással összekapcsolt hálózatából áll, ugyancsak felfogható véges automatának, amely maga is véges automatákból, mint elemekből tevődik össze. Ennek megfelelően feltételezhető, hogy az automata-elmélet egyes tételei kiterjeszthetők lesznek általános modellünkre is.

A kérdés további kutatást igényel. Mindenesetre szükséges ezzel kapcsolatban megtennünk egy előzetes megjegyzést.

A tudományos igényű közgazdászok közül számosan megcsömröltek a "gazdasági kibernetika" kifejezéstől. Akik ezt a fogalmat kompromitálták, rendszerint megelégszenek néhány frázissal; sűrűn dobálódznak az olyan szavakkal, mint "visszacsatolás", "információ-áramlás", "önszabályozás" - anélkül, hogy egy lépéssel is előre mennének a gazdaság valóságos megismerésében.^{xx/} A magunk részéről szeretnénk tartózkodni

x/ Az automata-elmélet ma már klasszikusnak minősülő tanulmányai /Ashby, Kleene, Mc Carthy, Shannon, Neumann, Uttley és mások munkái/ az "Automata Studies" c. tanulmánykötetben jelentek meg. /Lásd [50]/.

Magyar nyelven többek között rendelkezésre áll Neumann J. néhány munkája /pl. [42] és [43] ; az [52] válogatás a kibernetika klasszikusainak műveiről, valamint Tarján Rezső [55] és [56] könyvei.

xx/ Valósággal karikatúrája az ilyen kibernetikai hardabandázásnak egy német szerző, G.Klaus "Kibernetika és társadalom" c. könyve [22]. E könyv megírásának technikája a következő:

A szerző hol elővesz egy kibernetikai fogalmat, modellt, s keresi rá a párhuzamot a közgazdaságban. Hol pedig elővesz egy közgazdasági fogalmat, modellt és keresi rá a párhuzamot a kibernetikában. Dehát mit mond a gazdaság működéséről egy kis blokkdiagram, amely bemutatja: a brigád ujitási javaslata "visszacsatolás" a brigád és az üzemvezetés mint szabályozó között?

kodni az ilyen analógia-gyártó "üresjáratról" - miközben persze tisztában vagyunk az analógia fontos szerepével az egymással érintkező tudományokban. /Az alábbiakban mi is ismertetünk néhány analógiát./ Az analógia legfeljebb gondolatébresztő lehet, de nem pótolhatja a gazdaság "belülről" való megismerését.

A fentiekben említettem az általános modellben szereplő egység véges automataként való leírásának lehetőségére. Amikor az általános modellt igyekeztem megfogalmazni, erre nem jöttem rá magamtól, hanem matematikus munkatársaim vezettek rá erre. Noha jobb lett volna ezt előbb magamnak észrevennem, e kerülő utnak is van bizonyos előnye. E modell nem úgy keletkezett, hogy kerestük: vajon hol találhatunk a véges automatákkal analóg jelenséget a gazdaságban, hanem úgy, hogy igyekeztünk nagyon általános formában leírni a gazdaság működését, s eközben tudatosodott ennek analógiája az automatákkal.

Az analógiákkal kapcsolatos fenntartások leszögezése után - szeretném magam is két analógiára felhívni a figyelmet.

1. A matematikai közgazdasági elmélet bebizonyította a tökéletes verseny maximális takarékoságát az információkkal. A tökéletes verseny mechanizmusa képes úgy működni, sőt az erőforrások optimális elosztását biztosítani, hogy eközben kizárólag egyetlen közlés-típussal operál: az árakkal, beleértve az árak közé a szolgáltatások és erőforrások árait is.

Feltűnő azonban, hogy semmilyen valóságos gazdasági mechanizmus nem ilyen takarékos az információval. Az információk többszöröződését tapasztaljuk. Vegyünk pl. egy termelési akciót. Ezt megelőzi sokféle közlés: rendelés, a

Az élő szervezetek köréből vegyük a mechanikai egyensúly problémáját. Ennek elsődleges, automatikus szabályozója a belső fülben elhelyezkedő egyensúly-szerv. Másodlagos szabályozója: a látás révén szerzett benyomás a test helyzetéről, s az ennek alapján működésbe lépő feltételes reflexek. Végül, "legfelsőbb szinten" szabályozhatjuk akaratlagosan is helyzetünket.

Mindkét példában a szabályozás többszintűsége a különálló szabályozó rendszerek kölcsönös korrekcióját szolgálja. Mindkét esetben az állandó, folyamatos szabályozást, a vezérlés "aprómunkáját" automatikák látják el, míg a bonyolultabb beavatkozások központilag, tudatos döntések alapján történnek.

A közlés-áramlás megtöbbszöröződése és a szabályozás többszintűsége egyébként egymással bizonyos fokig összefüggő jelenségek. Ezért érdemes lesz ezt együttesen vizsgálni gazdasági szimulációs modelleinkben.

V. RÉSZ:

A KUTATÁS TERVEI

1. Az eddig végzett munka összefoglalása

A tanulmány végére érve mindenekelőtt összefoglaljuk: hol tart a kutatás jelen pillanatban, 1966. márciusában.

1. Eddig főképpen annak tisztázása folyt: mit vizsgálunk és hogyan? Mennyiben folytassuk más kutatók tevékenységét vagy mennyiben térjünk el azoktól?

Ezekre a kérdésekre - legalábbis önmagunk számára - most már tudunk felelni; válaszaink lényegét tartalmazza e tanulmány. Kialakítottuk elgondolásainkat a kutatás irányára és módszertanára. Fő vonalakban tisztáztuk viszonyunkat más irányzatokhoz.

2. Miután eldöntöttük, hogy kutatásunk fő "technikája" a szimuláció lesz, kidolgoztuk az alkalmazásra kerülő szimulációs modellek "családjának" közös ismertetőjegyeit. Ezt foglalja össze az általános modell, melyet a tanulmány II. része ismertetett.

Az általános modell fő hivatása a kutatók közös terminológiájának kialakítása, a fogalmak tisztázása. Egyfajta "sémát", "tartalomjegyzéket" ad a specifikált, számszerűsített modellek megszerkesztésének megkönnyítésére és egyszerűsítésére. Módot ad arra, hogy az egymástól eltérő konkrét modellek egyes közös elemeire olyan gépi programrészek készüljenek, amelyek azután többféle modellbe beépíthetők.

Elképzelhető, hogy az általános modell ezen túlmenően is használhatónak bizonyul. Az itt bevezetett fogalmak és relációk alkalmasak lehetnek egyrészt létező gazdaságok leírására, másrészt különböző közgazdasági elméletek osztályozására, rendszerezésére.

3. Kidolgoztuk az első specifikált modellt. Ennek gépi programja kész; kipróbálására és első numerikus futtatására e pillanatban még nem került sor, de a közeli jövőre várható.

2. A soronkövetkező feladatok

Az eddig végzett munka nagyon széles fronton, igen általános formában vetette fel azokat az elméleti és módszertani kérdéseket, amelyek a gazdaság /s ezen belül a gazdasági mechanizmus/ működésének formalizálásával kapcsolatban felvetődnek. A kérdés-feltevésnek ez a szélessége jellemző a jelen tanulmányra is.

Ez elkerülhetetlen volt a kezdő fázisban, amikor az irányvételt kellett eldöntenünk.

A kérdések elméleti, általánosított, absztrakt jellegű vizsgálatát a továbbiakban is szeretnénk nagy erővel folytatni. Ugyanakkor a legközelebbi idő központi feladata specifikált, majd számszerűsített konkrét modellek kidolgozása és gépi futtatása lesz.

1. Ami az elméleti munkát illeti: az általános modellnek a tanulmányban szereplő formája még nem eléggé kiérlelt, nem eléggé exakt. További lépéseket kell tenni továbbfejlesztésére; megkísérelni axiomatikus formában való megfogalmazását stb.

Kutatócsoportunk egyik matematikus tagja, Dömölki Bálint felvetette azt a gondolatot, hogy el kellene készíteni az általános modell - s ezen belül elsősorban a "vegetatív működési processzus" - gépi programját. Ezzel együtt ki kellene alakítani egy speciális gépi nyelvet, amely kényelmesen használható az általános modellben körvonalazott modell-"család" gépi programjainak leírásához.

2. Már az 1. modellel végzett számítások - és még inkább a további konkrét modellek - egyebek között arra is alkalmasak lesznek, hogy ellenőrizzük módszertani elgondolásaink helyességét.

Az 1. modell egy erősen leegyszerűsített "piaci gazdaságot" szimulál, amelyben egyáltalán nincsen központi irányítás. Terveink szerint a 2. modell a "Lange-féle tervgazdaság", központi ár-szabályozás átfogalmazása lesz, oly módon, hogy alkalmassá váljék szimulációs kísérletekre. A 3. modell a központi terv-utasítások mechanizmusát formalizálja.

Később megkezdjük e modellek különböző "építőköveit" egymással kombinálni.

A jelen pillanatban nem akarjuk tovább részletezni a későbbi modellek tervezetét. Érdekes lesz ezzel kapcsolatban megvárni az első konkrét számítások tapasztalatait.

A munka előrehaladása eléggé lassunak ígérkezik. Pillanatnyilag a "legszűkebb keresztmetszet" a számológépi munka. Hosszu ideig tart a számológépi programok kidolgozása, kipróbálása, "bejáratása". De ezen túlmenően is: a feladat méreteihez képest nagyon csekélyek azok az erők, amelyeket jelenleg erre a kutatásra fordítunk.^{x/}

Ha egyébről nem is, arról bizonyára meggyőzte a tanulmány az olvasót, milyen rendkívül bonyolult feladathoz látunk hozzá. A szerzőben éppen e beszámoló írása közben tudatosodott az eddiginél sokkal mélyebben a feladat roppant nehézsége; annak felismerése, hogy nagy - talán túl nagy - fába vágtuk a fejszénket. Amennyiben a kutatás iránya biztatónak tűnik, érdemes lesz nagyobb erőket összpontosítani a feladat elvégzésére.

x/ A jelen pillanatban egyetlen félállásos közgazdász foglalkozik a témával; a közreműködő négy matematikus közül egy eddig inkább csak konzultánsként vett részt, s a többiek is negyed-fél "kapacitással" dolgoznak ezen a munkán.

Irodalomjegyzék

- [1] ANDORKA R. - DANYI D. - LIPTÁK T. - MARTOS B.:
Dinamikus népgazdasági modellek. Budapest,
Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, sajtó alatt.
- [2] ARROW, K.J.: "An extension of the basic theorems
of classical welfare economics", megj. a
Proceedings of the Second Berkeley Symposium
on Mathematical Statistics and Probability
c. kötetben, Berkeley and Los Angeles:
University of California Press, 1951.
- [3] ARROW, K.J. - KARLIN, S. - SUPPES, P./ed/: Mathematical
Methods in the Social Sciences, Stanford:
University Press, 1960.
- [4] ARROW, K.J. - HURWICZ, L.: "Decentralization and
computation in resource allocation", Essays
in Economics and Econometrics, Chapel Hill:
University of North Carolina Press, 1960.
- [5] BALDERSTON, F.E. - HOGGATT, A.C.: Simulation of
Market Processes, Berkeley: Institute of
Business and Economic Research, 1962.
- [6] BEER, S.: Kybernetik und Management, Frankfurt a.M.:
S.Fischer, 1962.
- [7] BRÓDY, A.: "A hóvégi hajrá és a készletek", MTA Köz-
gazdaságtudományi Intézetének Évkönyve, I.
Budapest: Akadémiai Kiadó, 1957.
- [8] COHEN, K.J. - MILLER, M.H.: Management games,
information processing and control, Pittsburgh:
Carnegie Institute of Technology, 1963.

- [9] DANTZIG, G.B. - WOLFE, P.: "The decomposition algorithm for linear programs", Econometrica, 29 /1961/ 767-778. old.
- [10] DEBREU, G.: Theory of Value, New York: Wiley, 1959.
- [11] DORFMAN, R. - SAMUELSON, P.A. - SOLOW, R.M.: Linear Programming and Economic Analysis, New York: McGraw-Hill, 1958.
- [12] FRIGYES E.: A munkások és alkalmazottak jövedelemeloszlásának elemzése és tervezési módszerei, kandidátusi disszertáció, Budapest, 1966.
- [13] GOLDBERGER, A.S.: Econometric Theory, New York: Wiley, 1964.
- [14] GRENIEWSKI, H.: "Kybernetik und Planung", Wirtschaftswissenschaft, /1963/, 531-543.
- [15] GRENIEWSKI, H.: "Kybernetisch-ökonomische Modelle", megjelent a [39] kötetben, II. kötet, 327-337. old.
- [16] GUETZKOW, H./ed/: Simulation in Social Science, Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1962.
- [17] HALABUK, L. - KENESSEY Z. - THEISS E. - KOTÁSZ Gy. - NYÁRI ZSIGMOND: "A magyar népgazdaság M-1. statisztikai makromodellje", Nemzetközi módszertani füzetek, 1965. 7. szám.
- [18] HURWICZ, L.: "Optimality and informational efficiency in resource allocation", megjelent a [3] kötetben, 27-46. old.
- [19] KALMÁR L.: A matematika alapjai, I. kötet, 1. füzet, Budapest: Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat, 1956.

- [20] KARLIN, S.: Mathematical Methods in Games, Programming and Economics, Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1959. Vol.I.
- [21] KATONA G.: Psychological Analysis of Economic Behavior, New York: McGraw Hill, 1963.
- [22] KLAUS, G.: Kybernetik und Gesellschaft, Berlin: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, 1964.
- [23] KOOPMANS, T.C.: "Allocation of resources and the price system", megjelent a [25] kötetben, 1-126. old.
- [24] KOOPMANS, T.C.: "The construction of economic knowledge", megjelent a [25] kötetben, 167-220. old.
- [25] KOOPMANS, T.C.: Three Essays on the State of Economic Science, New York: McGraw-Hill, 1957.
- [26] KORNAI J.: A gazdasági vezetés túlzott központosítása, Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1957.
- [27] KORNAI J. - LIPTÁK Th.: "Two-level Planning", Econometrica, 33 /1965/ 141-169. old.
- [28] KORNAI J.: "A Dantzig-Wolfe dekompozíciós eljárás közgazdasági értelmezése és alkalmazásának problémái", Népgazdasági programozás /1966-70/, 11. tájékoztató, 1965.
- [29] KORNAI J. - DÖMÖLKI B.: A gazdasági mechanizmus szimulációja - Feljegyzés az 1. számú kísérletsorozat matematikai modelljéről, Budapest: MTA Közgazdaságtudományi Intézet, 1965. Kéziratban.

- [30] KORNAI J.: A gazdasági szerkezet matematikai tervezése, Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1965.
- [31] KORNAI J.: Gazdasági rendszerek szimulációjának általános modellje, Budapest: MTA Közgazdaságtudományi Intézet, 1965.
- [32] KÖNIG, R.: Das Interview, Formen, Technik, Auswertung, Köln-Berlin: Kiepenhauer-Witsch, 1962.
- [33] LANGE, O.: On the Economic Theory of Socialism, Minneapolis: The University of Minnesota Press, 1948.
- [34] LIPTÁK T.: "Two-level programming", megjelent a Colloquium on the Application of Mathematics to Economics Budapest, 1963, Budapest: Akadémiai Kiadó, 1965. 243-253. old.
- [35] MALINVAUD, E.: Decentralised Procedures for Planning, Cambridge: International Economic Association, 1963.
- [36] MARSCHAK, J.: "Elements for a theory of teams", Management Science 1 /1955/ 127-137.
- [37] MARSCHAK, T.: Computation, Decomposition and Internal Pricing, Berkeley: Committee on Econometrics and Mathematical Economics, évszám nélkül, valószínűleg 1963. Sokszorosítva.
- [38] MARX, K.: A Tőke, I. kötet, Budapest: Szikra, 1948.
- [39] MARX, K.: A politikai gazdaságtan bírálatához, Budapest: Szikra, 1953.

- [40] -- Mathematik und Kybernetik in der Ökonomie, Internationale Tagung - Konferenzprotokoll, Berlin: Akademie-Verlag, 1965.
- [41] MESAROVIC, M.D./ed/: Views on General Systems Theory, New York: Wiley, 1964.
- [42] MORVA T.: "A tervgazdaság Lange-féle piaci modellje", Közgazdasági Szemle, 13 /1966/ 156-170.old.
- [43] NEUMANN, J.: Válogatott előadások és tanulmányok, Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1965.
- [44] NEUMANN, J.: "Az automaták általános és logikai elmélete", megjelent magyarul az [52] kötetben, 55-114. old.
- [45] ORCUTT, G.H. - GREENBERGER, M. - KORBEL, J. - RIVLIN, A.M.: Microanalysis of Socioeconomic Systems: A Simulation Study, New York: Harper, 1961.
- [46] OZSWALD, L.: A műszaki dolgozók anyagi ösztönzési rendszere, Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1963.
- [47] PÉTER GY.: A gazdaságosság és jövedelmezőség jelentősége a tervgazdálkodásban, Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1956.
- [48] PIGOU, A.C.: Economics of Welfare, London: MacMillan, 1920.
- [49] RADNER, R.: "The application of linear programming to team decision problems", Management Science, 5 /1959/ 143-150. old.

- [50] RADNER, R.: Competitive equilibrium under uncertainty, Berkeley: Center for Research in Management Science, 1965.
- [51] SHANNON, C.E. - McCARTHY, J./ed/: Automata Studies, Princeton: Princeton University Press, 1956.
- [52] SHUBIK, M.: "Simulation of the industry and the firm", The American Economic Review, 50 /1960/ 908-919. old.
- [53] SZALAI S. /szerk./: A kibernetika klasszikusai, Budapest: Gondolat, 1965.
- [54] SZÉP J.: Analízis, Budapest: Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1965.
- [55] TANKÓ J.: A gazdasági mechanizmus szimulációja. Az 1. számú kísérletsorozat modelljének és gépi programjának ismertetése /kéziratban/, Budapest: MTA Közgazdaságtudományi Intézet, 1966.
- [56] TARJÁN R.: Gondolkodó gépek, Budapest: Bibliotheca, 1958.
- [57] TARJÁN R.: Kibernetika, Budapest: Gondolat, 1964.
- [58] WAELBROECK, J.: "La grande controverse sur la planification et la théorie économique mathématique contemporaine", Cahiers de l'ISEA, /1964/ No. 146, 3-24. old.

[Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page]

