

„Kétszintű” tervezés

(Matematikai módszer a népgazdasági terv javítására)

Az elmúlt két-három évben alkalmazni kezdtünk matematikai módszereket a magasabb szintű tervező munkában. A kísérletezés két irányú. Az egyik irány: több iparágban — a pamutiparban, a szintetikus szálak gyártásában, az alumíniumiparban, a papíriparban, az energiagazdálkodásban — *matematikai programozást* végeztek vagy végeznek a tervek megalapozására. A részben már befejeződött vagy lezárásukhoz közeledő számítások közgazdasági optimum-kritériumok alapján határozzák meg a gazdasági tevékenységek (termelés, felhasználás, export, import, beruházás stb.) legkedvezőbb programját. Az első ágazati programozások, noha ma még csak szórványosak, megteremtik a szélesebb körű, általánosabb gyakorlati alkalmazás kísérleti-tudományos feltételeit.

A másik irány: *az ágazati kapcsolatok mérlegének alkalmazása a népgazdasági tervezésben*. Az Országos Tervhivatal immár rendszeresen felhasználja az ágazati kapcsolatok mérlegét az éves és az ötéves tervek belső összhangjának ellenőrzésére. Ez az első matematikai eszköz, amelyet *népgazdasági terv* készítéséhez alkalmaznak. Hozzá kell azonban tennünk: ez kevésbé „finom” szerszám, mint az iparági számításokhoz használatos módszerek. Az ágazati kapcsolatok mérlege ugyanis, ellentétben a matematikai programozás modelljeivel, nem alkalmas *optimalizálásra*, több kínálkozó alternatíva közül a legkedvezőbb kiválasztására. Rendeltetése is jóval szerényebb: csupán az ágazatok közötti arányosságok, az általános egyensúly biztosítására hivatott.

A helyzet áttekintéséből logikusan adódik a következő lépés: olyan eljárásokat kell kidolgoznunk, amelyek módot adnak *optimalizálásra*, de most már *népgazdasági szinten*. A gyakorlati tervezők régi igénye ez, s a szakirodalomban találhatunk is ilyen irányú javaslatokat.* Az eddigi elgondolások azonban nem számoltak a feladat megoldásának alapvető nehézségével:

Vagy erősen összevont, aggregált programozási modellt szerkesztünk, s akkor rendkívül leszűkül a választás lehetősége, s a túlzott egyszerűsítések veszélyeztetik a számítás eredményeinek használhatóságát, vagy pedig igen nagyméretű modellt dolgozunk ki, amely mentes ezektől a hibáktól, ám ez esetben a feladat numerikus megoldása még nagy teljesítményű elektronikus számológépek igénybevételével sem lehetséges.

Vizsgálatunkban éppen ezt a kettős nehézséget igyekeztünk áthidalni. Olyan modell kidolgozására törekedtünk, amely még eléggé részletes ahhoz, hogy tartalmaz információkat nyújtson a tervezéshez, ugyanakkor a számítási feladat a jelenlegi számítástechnikai adottságok mellett is megoldható. Cikkek feladata e modell rövid ismertetése.**

* Lásd pl. Simon Gy.—Kondor Gy. cikkét: „A külkereskedelmi kapcsolatok optimalizálása”, Közgazdasági Szemle 1960. 7. sz.

** Modellünket egy szélesebb körű vizsgálat keretében dolgoztuk ki, amelyet az Országos Tervhivatal megbízásából folytat a Magyar Tudományos Akadémia Számítástechnikai

A javaslat közgazdasági alap gondolatai

Modellünket úgy szerkesztettük meg, hogy az lehetőség szerint a jelenleg szokásos tervezési módszerek mélyreható változtatása nélkül is beépülhessen a népgazdasági terv kidolgozásának normális menetébe. A következő közgazdasági alap gondolatokból indultunk ki:

1. Modellünkkel bizonyos fokig imitáljuk a tervezés szokásos menetét. Az Országos Tervhivatal a gazdaságpolitikai követelmények, s az ágazatokra vonatkozó általános ismeretek alapján előzetes tervjavaslatokat dolgoz ki, amely globális előirányzatokat, „keretszámokat” tartalmaz az ágazatok számára. Az ágazatok saját részletes számításaikkal, konkrét adottságaik alapján „kitöltik” a kereteket, konkretizálják a központi előirányzatokat. Eközben módosításokat is javasolnak a Tervhivatalnak. A gazdasági életben ezt nevezik „visszatervezésnek”. A visszatervezés alapján a Tervhivatal módosítja eredeti előirányzatait, ezeket újra leküldi az ágazatoknak. Modellünk az „oda-visszatervezésnek” ezt a folyamatát formalizálja.*

2. Modellünk még egy szempontból imitálja a tervezés szokásos gyakorlatát. A központ bizonyos direktívákat ad az ágazatoknak és kéri annak közlését: milyen gazdasági hatékonysággal oldható meg a feladat? Az ágazatok különböző — központilag előírt szerkezetű — „gazdaságossági mutatószámokkal” fejezik ki tevékenységük hatékonyságát. Modellünk egységes rendszerbe foglalja a „visszajelentést”: az ágazatok az eljárás minden lépésében gazdaságossági mutatószámokat jelentenek vissza a központnak az onnét kapott direktívák, valamint saját tevékenységük értékelésére.

3. Mint említettem, egyes iparágakban már matematikai programozási módszereket is felhasználnak az ágazati méretű távlati tervek kidolgozásához. E programozások valósággal sugallják a gondolatot: az ágazatok számítási eredményeit érdemes lenne összehasonlítani és felhasználni a népgazdasági tervből átvett direktívák, keretszámok (például termelési feladatok, beruházási keretek) javítására. Modellünk hivatása: szervezett formát adni az ilyen összehasonlításoknak és az ennek alapján történő népgazdasági tervkorrekcióknak.

4. Nem kívánjuk modellünk segítségével meghatározni a népgazdasági terv *minden* előirányzatát. Kiindulópontunk egy már kidolgozott („hagyományos”, nem matematikai módszerekkel meghatározott, esetleg az ágazati kapcsolatok mérlegével ellenőrzött) népgazdasági terv. Ennek bizonyos előirányzatait konstansként átvesszük programozási modellünkben. Dolgozatunkban ezeket *gazdaságpolitikai előírásoknak* nevezzük. Ilyenek pl. a munkaerőkeret, a személyes és közületi fogyasztásra szolgáló termékek mennyiségének és összetételének előirányzatai stb. (Más kérdés, hogy számításunk eredményei alapján esetleg mód nyílik a konstansként átvett gazdaságpolitikai előírások értékelésére is: támpontokat adhatunk az előírások esetleges megváltoztatására irányuló döntéshez.)

5. Köztudomású, hogy a számításokban felhasznált alapadatok egy része bizonytalan; a modell eleve bizonyos egyszerűsítő feltevéseket alkalmaz: az eredeti tervből konstansként átvett gazdaságpolitikai előírások nagysága is sok szempontból vitatható. Éppen ezért érthető, ha a gyakorlati tervezők

Központja. A kutatást *Lipták Tamás* matematikussal együtt végeztük; a cikkben ismertetett modell és módszer közös munkánk eredménye. Közös kutatásunk keretében főként *Lipták Tamás* hárult a matematikai vonatkozású problémák megoldása.

A kutatás eredményét egy hosszabb tanulmányban ismertettük. (Kornai J.—Lipták T.: „Kétszintű tervezés” MTA Számítástechnikai Központ, 1962. május, sokszorosítva.) A tanulmány tartalmazza a javasolt számítási eljárással kapcsolatos matematikai tételeket, azok bizonyításait, részletesen ismerteti az alkalmazandó algoritmust. A kérdés matematikai vonatkozásaira ebben a cikkben nem térek ki.

* A gyakorlatban ez az „oda-vissza-processzus” nem ilyen szigorú időrendi sorrendben történik. Sokszor kerül sor „menetközbeni” tárgyalásokra, információk kicserélésére, részmegállapodásokra, tervszámok emelése vagy csökkentése körüli alkukra és egyeztetésekre.

nem tulajdonítanak túlzott jelentőséget a matematikai értelemben „optimális”, azaz a szélsőérték-feladatot egzaktan teljesítő program elérésének, mert tisztában vannak az „optimum” viszonylagos voltával. Gyakorlati célokra tehát teljesen elégségesnek véljük az optimum elfogadható közelítését.

A továbbiakban a modell vázlatos leírása során kénytelen vagyok egyes fontos problémákat figyelmen kívül hagyni, illetve erősen leegyszerűsíteni a ténylegesen felhasználásra kerülő modellhez képest; annak érdekében, hogy elgondolásunk fő vonásai könnyebben érthetővé váljanak, s a leírás ne lépje túl egy rövid cikk kereteit.*

A központi program változói és feltételei

A tervezést a központ (gyakorlatilag a kormány, az Országos Tervhivatal) irányítja. A tervezéssel kapcsolatos feladatok egy részét a központ alá rendelt szektorok látják el. Összesen n szektorunk van. Egy-egy szektor egy-egy termékcsoporthat felelős. A továbbiakban a rövideg kedvéért termékcsoporthelyett *termékről* beszélünk majd. A szektor tevékenységeihez nemcsak a szóban forgó termék hazai termelése és a termeléshez szükséges beruházás tartozik, hanem e termék exportja és importja is. A szektor felelős a termék iránti hazai és exportszükséglet kielégítéséért akár hazai termelésből, akár importból történjék is ez.

Távlati tervet dolgozunk ki egy tervperiódusra, amely összesen T időszakból áll.

A központi program és a szektorprogramok között meghatározott összefüggések állnak fenn. Vizsgáljuk meg előbb a központi programot. A központ háromféle *központi előírást* ad a szektorok részére:

1. A központ megbízza az i -edik szektort, hogy a t -edik időszakban bizonyos mennyiségű terméket adjon hazai szükségletre.** Ezt z_{it} -vel jelöljük, s *ellátási feladatnak* nevezzük ($i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T$). A központ nem írja elő, hogy a kívánt mennyiséget a szektor hazai termelésből vagy importból elégítse-e ki; ezt majd a szektorprogram határozza meg. Ugyancsak a szektorprogramban kell meghatározni, hogy a hazai szükséglet kielégítésén felül kíván-e a szektor exportálni is.

2. A központ rendelkezésre bocsát az i -edik szektornak a t -edik időszakban meghatározott mennyiséget a j -edik termékből (például meghatározott mennyiségű villamos energiát ad a vegyiparnak az 1964–65-ös időszakra). Ezt z_{jit} -vel jelöljük és *anyagkeretnek* nevezzük ($i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T$). Az anyagkeret tartalmazza mind a hazai termelésű, mind az importált i -edik anyagot.

3. A központ az i -edik szektor rendelkezésére bocsát a t -edik időszakra meghatározott létszámot. Ezt w_{it} -vel jelöljük és *létszámkeretnek* nevezzük ($i = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T$). Mint látni fogjuk, dinamikus népgazdasági modellünkben a munkaerőt tekintjük egyedül primér központi erőforrásnak.

A központ által a szektoroknak adott háromféle előírás (z_{it} , z_{jit} , és w_{it}) a központi program *változói*; nagyságukat számításunk eredményeképpen kívánjuk meghatározni.

A központi programnak a következő korlátozó *feltételeket* kell kielégítenie:

$$(1) \quad z_{it} = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n z_{jit} + Q_{it} \quad \left(\begin{array}{l} i = 1, \dots, n; \\ t = 1, \dots, T, \end{array} \right)$$

* A nyitott problémák egy részére az említett hosszabb, sokszorosított tanulmány tér ki.

** A termékmennyiséget általában forintban kell mérni, minthogy egy-egy szektor termelése rendszerint elég heterogén. A modell elég mély tagolása esetén lehetnek szektorok, amelyekben természetes mértékegység is alkalmazható (pl. kWó áram, pár cipő stb.).

ahol Q_i a t -edik időszakban az i -edik termékből szükséges extern fogyasztás. Ez gazdaságpolitikai előírás, azaz olyan adat, amelyet nem magunk számítunk ki a programozás során, hanem korábbi tervszámításokból konstansként vesszük át. Az extern fogyasztás magában foglalja a személyes és a közületi fogyasztást, ezen belül az improduktív beruházást is. Ezzel szemben általában *nem* foglalja magában sem az exportot, sem a beruházások céljaira történő felhasználást.* Az exportot és a beruházási tevékenységet ugyanis nem tekintjük gazdaságpolitikai előírásnak, hanem azok célszerű nagyságát számításunk segítségével kívánjuk meghatározni.

Az (1) feltétel a népgazdasági tervezés gyakorlatában rendszeresen alkalmazott termékmérleg: bal oldalán a forrás, jobb oldalán a felhasználás. A hazailag termelt és importált termékből a hazai szükségletre adott mennyiség (z_{it}) legyen annyi, mint amennyit a hazai termelő fogyasztás ($\sum_{\neq i} z_{jit}$)

és az extern fogyasztás (Q_{it}) igényel.

Az (1) feltételrendszer nem más, mint annyi n -szektoros ágazati kapcsolati mérleg, ahány időszakunk van. Ezekből az ágazati kapcsolati mérlegekből azonban, mint látni fogjuk, *nem* számítunk technológiai együtthatókat, s nem használjuk fel őket az input-output analízis szokásos eljárásai szerint. Kizárólag abszolút összegekben megadott mérlegek formájában szerepelnek modellünkben.

A következő feltétel:

$$(2) \quad \sum_{i=1}^n w_{it} = W_t \quad (t = 1, \dots, T),$$

ahol W_t a népgazdasági munkaerőkeret a t -edik időszakban. Ez gazdaságpolitikai előírás, amelyet korábbi tervszámításokból konstansként veszünk át. A (2) feltétel a népgazdasági tervezés gyakorlatában ugyancsak jól ismert munkaerőmérleg.

Természetesen a központi program változói nem lehetnek negatívak:

$$(3) \quad z_{it} \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n;$$

$$(4) \quad z_{jit} \geq 0 \quad j = 1, \dots, n;$$

$$(5) \quad w_{it} \geq 0 \quad j = 1, \dots, T).$$

A központi program *megengedett*, ha az (1)—(5) feltételrendszert teljesíti.**

A szektorprogramok változói és feltételei

Az i -edik szektor programozási modelljében szereplő tevékenységek (változók) közgazdasági természetük szerint több csoportba sorolhatók:

1. *Reprodukáló tevékenységek.* Ezen a tervperiódus kezdetén már fennálló, az i -edik terméket kibocsátó kapacitások változatlan továbbműködtetését értjük. Technikai jellemzők alapján (például elmaradottabb vagy fejlettebb üzem) több ilyen tevékenység építhető be a modellbe.

A k -adik reprodukáló tevékenység volumene a t -edik időszakban x_{ikt} ($k = \text{repr.}^{***} t = 1 \dots, T$). A volumen mértékegysége: az előállított termékmennyiség mérésére alkalmas természetes mértékegység pro 1 időszak vagy

* A kivételekre itt nem térhetek ki.

** Az eljárás alkalmazhatósága érdekében még egy további feltételt kell beiktatni a feltételrendszerbe: felső korlátot kell szabni minden szektor ellátási feladatának. A gyakorlati tervezők könnyen megállapíthatnak minden termékre olyan felső határt, amelyet a hazai szükséglet semmiképpen sem lép túl.

*** Itt és a szektorváltozók többi csoportjánál nem adjuk meg a változók számát, hanem ehelyett a k futóindexet illetően a tevékenység jellegére utalunk egy-egy rövidítéssel.

Ft pro 1 időszak. (Azonos azzal a mértékegységgel, amellyel az i -edik terméket a rá vonatkozó központi termékmérlegben mérjük.)

2. *Beruházási tevékenységek.* Ebbe a fogalomkörbe soroljuk mind az új kapacitás megteremtését, mind az új kapacitáson folyó termelést.

Technikai vagy gazdasági jellemzők alapján (pl. alkalmazott technológia, import- vagy hazai gépek stb.) több beruházási tevékenység építhető be a modellbe.

A k -adik beruházási tevékenység volumene x_{ik} ($k = \text{inv}$). A tevékenység volumenét a már üzembehelyezett, s normálisan termelő kapacitás méretével, e kapacitáson egy időszak alatt termelt i -edik termék mennyiségével mérjük. Ennek megfelelően, a mértékegység azonos a reprodukáló tevékenységnél a termékmennyiség mérésére használt természetes mértékegységgel, vagy Ft-tal pro 1 időszak.

Ellentétben a reprodukáló tevékenységekkel (és az alábbiakban ismertetésre kerülő export- és importtevékenységekkel), a beruházási tevékenység nem egyetlen időszak alatt zajlik le, hanem az egész tervidőszak során. Ennek megfelelően nem is szerepel az x_{ik} volumen mellett, harmadik indexként, a „ t ”.

Lehetséges, hogy egyes szektorokban választhatunk valamely beruházási tevékenység megkezdésének többféle időpontja között. Pl. az 1., a 2. vagy a 3. időszakban egyaránt megkezdhetjük egy meghatározott új gyár építését. Ez esetben a három lehetőséget három külön, önálló változóként állítjuk be modellünkbe.

Tulajdonképpen milyen tevékenységet foglaljon magába a szektormodell egy-egy beruházási változója? Véleményünk szerint általában ne egyetlen új üzem létesítését, hanem a beruházási akciók egész összefüggő komplexumát. Ha egy szektormodellben mondjuk tíz beruházási változó szerepel, akkor az ne tízféle gyár létrehozását reprezentálja, hanem a szektor fejlesztésének tíz alternatív irányvonalát; a gazdasági életben használatos kifejezéssel: tízféle „koncepcióját”. Tehát pl. a vegyiparban ne a polyamid-szál vagy a polypropylén-szál termelésének kiépítése szerepeljen egy-egy beruházási változóként, hanem pl. az egész műanyag- és műszálipar komplex fejlesztésének 2—3 lehetséges akcióterve, a földgáztól egészen a műanyag feldolgozásáig és a kész műszálig. Ez természetesen bizonyos fokig leszűkíti a választási lehetőségeket a részletekben, hiszen egy-egy beruházási változó ilyenformán eleve meghatározott arányokban kapcsol össze a valóságban sokféle arányban kombinálható résztevékenységeket. Ezt a hátrányt azonban ellensúlyozza az a tény, hogy a fő koncepciók, a fő fejlesztési irányvonalak között választhatunk.

3. *Exporttevékenységek.* Gazdasági jellemzők alapján (pl. piacok, relációk stb. szerint) többféle exporttevékenység szerepelhet a modellben. Az i -edik termékből a t -edik időszakban lebonyolított k -adik exporttevékenység volumene x_{ikt} ($k = \text{exp}$, $t = 1, \dots, T$).

A tevékenység volumenét itt, valamint a 4. és 5. pont alatt tárgyalt külkereskedelmi tevékenységeknél a kivitt (illetve behozott) termék mennyiségével mérjük; ugyanabban a mértékegységben, mint a reprodukáló tevékenységeknél.

4. *Korlátos importtevékenységek.* Ebben a csoportban csak olyan importtevékenységek szerepelnek, amelyek az 1. és 2. csoporthoz tartozó hazai termelőtevékenységekkel versenyeznek, azt pótolni képesek (kompetitív import), s amelyek volumenét valamilyen külső piaci tényező korlátozza. Gazdasági jellemzők alapján (pl. piacok stb.) többféle tevékenység szerepelhet a modellben. Az i -edik terméket a t -edik időszakban importáló k -adik korlátos importtevékenység volumene: x_{ikt} ($k = \text{imp}$, $t = 1, \dots, T$).

5. *Szabad importtevékenység.* Ez olyan importtevékenység, amely a 4. csoportban szereplő importtevékenységekhez hasonlóan versenyez a hazai

termeléssel, azaz kompetitív jellegű, de volumenét sem külső piaci tényezők, sem egyéb adottságok nem korlátozzák. Egyes szektorokban joggal feltételezhetjük a szabad importtevékenység reális voltát. Más szektorokban ilyen szabad, korlátlan importtevékenység nem létezik. Mégis, ezekben a szektorokban is szerepeltetjük ezt a változótípust, annak tudatában, hogy ez csupán *fiktív* változó. Látni fogjuk, hogy az alkalmazásra kerülő programozási eljárás automatikusan kiszorítja e változókat a programból, de módszerünk természete megköveteli a felső korlát nélküli importváltozó szerepeltetését minden szektormodellben. A szabad import volumene a t -edik időszakban: x_{iot} ($t = 1, \dots, T$).

A szektormodellek: *lineáris* programozási modellek. Alkalmazzuk tehát a linearitási feltevéssel kapcsolatos szokásos egyszerűsítéseket, vállalva az ezzel járó pontatlanságokat. Minthogy a linearitás problémája általánosan ismert, magyarázatára nem szükséges kitérnünk.

A szektorprogram számára előírt feltételeket két fő kategóriába sorolhatjuk. Az egyik: a központtól kapott előírások, a *központi előírás-feltételek*. Lényegük: a szektor teljesítse az előírt ellátási feladatot, anélkül, hogy túllépne az előírt anyag- és létszámkereteket. Vizsgáljuk meg ezeket közelebbről.

$$(6) \quad \sum_{\substack{k= \\ \text{repr, exp, imp}}} f_{ikt} x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv}} f_{ikt} x_{ik} \geq z_{it} \quad (t = 1, \dots, T),$$

ahol f_{ikt} az i -edik szektor k -edik tevékenységének egysége által a t -edik időszakban biztosított termékmennyiség. Az együttható nagysága a tevékenység különböző csoportjainál a következő:

1. A reprodukáló tevékenységeknél $f_{ikt} = 1$ ($k = \text{repr}, t = 1, \dots, T$).

A reprodukáló tevékenység egysége tehát egy termékegységet állít elő a t -edik időszakban.

2. A beruházási tevékenységeknél $f_{ikt} \geq 0$, de legalább egy t -re $f_{ikt} = 1$ ($k = \text{inv}; t = 1, \dots, T$). Ez a következőket jelenti. A beruházási tevékenység egy egységének eredményeképpen valamikor, de legkésőbb a tervperiódus utolsó időszakában létrejön egy kapacitásegység, amely képes lesz egy időszak alatt egységnyi i -edik terméket előállítani. Az ezt megelőző termelés viszont attól függ: mikor kezdődik a beruházás és miképpen jut el a normális üzemmenetig. Feltételezzük, hogy a k -edik beruházási tevékenységre a termékkibocsátás (és mint látni fogjuk, a ráfordítások) meghatározott időbeli tagozódása jellemző.* Más szóval egy-egy beruházási változóra az f_{ikt} együtthatók egy csoportja jellemző: $f_{ik1}, f_{ik2}, \dots, f_{ikT}$. Legyen pl. a vegyi szektormodell 17. változója egy meghatározott új vegyüzem építése oly módon, hogy a beruházási tevékenység a 2. időszakban kezdődik, a 3. időszakban a végleges kapacitás 60 százalékát adja, s a 4. időszakban már teljes kapacitással termel. Ez esetben $f_{i,17,1} = 0, f_{i,17,2} = 0, f_{i,17,3} = 0,6, f_{i,17,4} = 1, f_{i,17,5} = 1$. Viszont a technológiailag azonos, de egy időszakkal *később* megkezdett 18. változónál az együtthatók: $f_{i,18,1} = f_{i,18,2} = f_{i,18,3} = 0$, s csak $f_{i,18,4} = 0,6; f_{i,18,5} = 1$.

Feltételezzük, hogy a beruházás révén keletkezett kapacitásokat a feladás után mindig normális mértékben kihasználják. Tehát nem hozunk létre olyan kapacitást, amelyet azután később nem használnánk ki. Ha tehát f_{ikt}

* A beruházások ilyen számbavétele némileg hasonló ahhoz, ahogyan Ragnar Frisch a beruházási tevékenységek különböző „csatornáit” (channel) kezeli (*A Survey of Types of Economic Forecasting and Programming and a Brief Description of the Oslo Channel Modell*, Memorandum from the Institute of Economics University of Oslo, 1961.)

valamely t -re egyenlő 1-el, akkor ugyancsak 1 a $(t + 1)$ -edik, $(t + 2)$ -edik stb. időszakokra is. Ennyiben tehát a tevékenységeknek ez a csoportja különbözik a reprodukáló csoporttól. Ott ugyanis nem tételeztük fel, hogy a meglévő régi kapacitásokat szükségképpen ki kell használni.

3. Az exporttevékenységeknél $f_{ikt} = -1$ ($k = \text{exp}$), más szóval az exporttevékenységekhez el kell vonni a hazai ellátás elől az i -edik terméket.

4—5. A korlátos importtevékenységeknél, valamint a szabad importnál $f_{ikt} = 1$ ($k = \text{imp}, 0$), azaz egységnyi importtevékenység egységnyi i -edik terméket ad hazai ellátásra.

Ezek után világos a (6) feltétel tartalma: a hazai termelésnek (a régi és az újonnan létrehozott kapacitásokon) plusz az importnak (korlátos és szabad importnak) az export levonása után elegendőnek kell lennie a hazai ellátási feladat teljesítéséhez.

A következő központi előírás feltétel-sorozat:

$$(7) \quad \sum_{\substack{k = \\ \text{repr, exp, imp}}} g_{ijkt} x_{ikt} + \sum_{k = \text{inv}} g_{ijkt} x_{ik} \leq z_{ijt} \quad \begin{matrix} (j = 1, \dots, i - 1, \\ i = 1, \dots, n; \\ t = 1, \dots, T), \end{matrix}$$

ahol g_{ijkt} az i -edik szektor k -adik tevékenységének egy egysége által a t -edik időszakban igényelt j -edik anyag mennyisége. Ez utóbbi nagysága a tevékenységek különböző csoportjainál:

1. $g_{ijkt} \geq 0$ a reprodukáló tevékenységeknél ($k = \text{repr}$). A termelés technológiai jellegénél fogva igényli vagy nem igényli a j -edik anyagot. Ez az anyagigény magában foglalja mind a folyó üzemeltetés anyagigényét, mind pedig a régi kapacitás fenntartásához, egyszerű újratermeléséhez szükséges nagyjavítási és pótlási, felújítási akciók anyagigényét.

2. $g_{ijkt} \geq 0$ a beruházási tevékenységeknél ($k = \text{inv}$). Ez magában foglalja az új kapacitás megteremtésének éveiben a beruházás által igényelt anyagokat (például gépek, villamos berendezések stb.), az üzemeltetés éveiben pedig mind a folyó termeléshez, mind a már megteremtett kapacitás fenntartásához szükséges anyagokat. Hasonlóképpen a kibocsátáshoz, itt is feltételezzük: a k -adik beruházási tevékenységre az anyagigények meghatározott időbeni tagozódása jellemző. Tehát például az 1. beruházási tevékenység a vegyiparban a 2. időszakban kezdődik, ennek megfelelően az 1. időszakban semmilyen anyagot nem igényel, a 2. időszakban — a beruházás megvalósítása idején — főként gépet és építést, a 3. időszakban — a felfutás alatt — már sok bányászati terméket, villamos energiát, de még némi építést is; a 4. időszaktól kezdve pedig már csak az üzemeltetéshez, valamint a megteremtett kapacitások fenntartásához szükséges anyagokat. Ugyanebben a szektorban szerepelhet egy másik beruházási tevékenység, amelynek műszaki jellemzői azonosak, de amely egy időszakkal később indul meg. Ez esetben a g_{ijkt} együtthatók még a második időszakban is 0-ák és csak a 3. időszaktól kezdve válnak pozitívvá.

3—4—5. $g_{ijkt} = 0$ ($k = \text{exp}, \text{imp}, 0$). Valamennyi külkereskedelmi tevékenység anyagigénye nyilvánvalóan 0.

Végül az utolsó központi előírás-feltétel:

$$(8) \quad \sum_{\substack{k = \\ \text{repr, exp, imp}}} h_{ikt} x_{ikt} + \sum_{k = \text{inv}} h_{ikt} x_{ik} \leq w_{it} \quad (t = 1, \dots, T),$$

ahol h_{ikt} a k -adik tevékenység egy egysége által igényelt létszám a t -edik időszakban. A különböző kategóriákban:

1. A reprodukáló tevékenységeknél határozottan pozitív. Munkaerő nélkül nem folyhat termelés: $h_{ikt} > 0$ ($k = \text{repr}$).

2. A beruházási tevékenységeknél pozitív vagy nulla $h_{ikt} \geq 0$ ($k = \text{inv}$). 0 az üzemeltetés megkezdése előtt, *ettől kezdve pozitív; számszerű nagyságának — akárcsak a kibocsátási és az anyagigény-együtthatóknak — jellegzetes időbeli lefolyása ez.

3—4—5. A külkereskedelmi tevékenységek létszámigénye nulla: $h_{ikt} = 0$ ($k = \text{exp, imp, 0}$).

A központi feltételeken túl, számolnunk kell a szektor sajátos körülményeire jellemző *speciális feltételekkel* is. Számuk m^i . Például:

— A reprodukáló tevékenységeket korlátozza a jelenlegi meglévő kapacitás felső határa.

— Egyes beruházási tevékenységek korlátozottak: például a jelenlegi üzemek rekonstrukciója, szűk keresztmetszetek feloldása.

— A hazai termelést egyes szektorokban természeti adottságok (például a geológiai kincs nagysága) korlátozzák.

— Egyes export- és importtevékenységeknek vannak felső határaik.

Az e feltételekben szereplő korlátok egy része gazdaságpolitikai előírás, azaz korábbi tervekiszámításokból meríthető, más részüket a számítás céljaira kell kidolgozni. A speciális feltételeket összefoglalóan a következőképpen fejezzük ki:

$$(9) \quad \sum_{t=1}^T \sum_{k=\text{repr, exp, imp}} a_{ijkt} x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv}} a_{ijk}^{\text{inv}} x_{ik} \leq b_{ij} \quad (j = 1, \dots, m_i),$$

ahol

b_{ij} = a j -edik speciális feltételben szereplő *speciális korlát*. Például kapacitáskorlát, természeti kincs mennyisége, export-importkorlát. Ez nem negatív: $b_{ij} \geq 0$ ($j = 1, \dots, m_i$).

a_{ijk} = a j -edik speciális feltételben a k -edik nem beruházó tevékenységre a t -edik időszakban vonatkozó együttható (például a szénbányászásban a k -edik reprodukáló tevékenység egységének 1956—66. évi igénye a hazai szénkincsre).*

a_{ijk}^{inv} = a j -edik speciális feltételben a k -edik beruházó tevékenységre vonatkozó együttható.

A felsorolt központi és speciális feltételeken kívül itt is kimondjuk, hogy a program változói nem lehetnek negatívak:

$$(10) \quad \begin{aligned} x_{ikt} &\geq 0 && (k = \text{repr, exp, imp, 0}; t = 1, \dots, T) \\ x_{ik} &\geq 0 && (k = \text{inv}) \end{aligned}$$

A szektor programja megengedett, ha teljesíti a (6)—(10) feltételeket.

Tekintsük át, milyen kérdésekben hoztunk döntést, amikor a szektorprogramot meghatároztuk.

1. Mennyit termeljünk a szektorra jellemző termékből a tervperiódus különböző időszakaiban?*

2. Milyen beruházásokat hajtsunk végre? Ezen belül: a) Mi történjék a régi kapacitásokkal? Ha a régi kapacitásokat nem merítjük ki vagy ép-penséggel egyáltalán nem használjuk fel, akkor ez gyakorlatilag e kapacitá-

* A korábban elmondottak értelmében $a_{ij0t} = 0$; azaz a speciális feltételek nem érintik a szabad importot.

** Ezek a termékek, mint említettük, egész termékcsoportok. Programozásunk nem felel arra, hogy e termékcsoportokon belül mekkora legyen az egyes konkrét gyártmányok aránya.

sok részleges vagy teljes leszerelését jelenti. Esetleg: Milyen bővítést, rekonstrukciót hajtsunk végre a régi kapacitásokon? b) Milyen új beruházásokat valósítsunk meg és milyen alapvető technológiával? c) Mikor hajtsuk végre a beruházásokat?

3. Milyen volumenű exporttevékenységet bonyolítunk le a terv különböző időszakában, milyen irányban?

4. Milyen volumenű importtevékenységet bonyolítunk le a terv különböző időszakában, milyen irányból?

A program tehát a szektor komplex termelési, beruházási, műszaki fejlesztési, export- és importtervét foglalja magában.

A célfüggvény

Optimális az a megengedett program, amelynek *hozama* maximális. Ebben a cikkben nyitva hagyom a „hozam” fogalmának közelebbi közgazdasági definícióját, a célfüggvény közgazdasági tartalmának meghatározását.* Egyelőre elegendő annak leszögezése: a hozam egy speciális *súlyrendszer*, amelynek segítségével a szektormodellekben szereplő tevékenységeknek a népgazdaság számára hasznos hatását értékeljük.

Szektorméreteknél: az i -edik szektorban a z_{it} , z_{ijt} , w_{it} központi program esetén optimális az x_{ikt} , x_{ik} változóknak az az x_{ikt}^* (z_{it} , z_{ijt} , w_{it}), x_{ik}^* (z_{it} , z_{ijt} , w_{it}) együttese, amelyeknél a szektor összes hozama a maximális C_i (z_{it} , z_{ijt} , w_{it}) értékét veszi fel.**

$$\begin{aligned}
 C_i^*(z_{it}, z_{ijt}, w_{it}) &= \sum_{t=1}^T \sum_{k=\text{repr, exp, imp, 0}} c_{ikt} x_{ikt}^*(z_{it}, z_{ijt}, w_{it}) + \\
 (11) \quad &+ \sum_{k=\text{inv}} c_{ik} x_{ik}^*(z_{it}, z_{ijt}, w_{it}) = \\
 &= \max_{x_{ikt}, x_{ik}} \sum_{t=1}^T \sum_{k=\text{repr, exp, imp, 0}} c_{ikt} x_{ikt} + \sum_{k=\text{inv}} c_{ik} x_{ik}.
 \end{aligned}$$

ahol c_{ikt} a k -edik nem beruházó tevékenység, c_{ik} pedig a k -edik beruházó tevékenység egységének hozama a t -edik időszakban.

Ezzel kapcsolatban meg kell jegyezni: amennyiben a szabad import nem reális, hanem csupán fiktív változó, akkor rendkívül magas fiktív negatív hozamot, negatív c_{i0t} -t kell megszabnunk számára. Ez esetben az optimalizálás során elsőként a fiktív importváltozó szorul ki a programból. Programunk *matematikai* értelemben megengedett akkor is, ha még szerepel benne fiktív változó, *gyakorlati tervezői* értelemben azonban csak akkor válik a program megvalósíthatóvá, ha — az első optimalizálási lépések után — a fiktív változó már kiszorult a szektorprogramból. A továbbiakban azt a megengedett programot, amelyben fiktív változó nem szerepel, *reális* programnak nevezük.

Miután tisztáztuk a célfüggvényt szektorméreteknél, tisztáznunk kell népgazdasági méreteknél is. Optimális az a központi program, amely mellett a maximális szektor-célfüggvény értékek összege maximális. Optimális tehát

* Az említett hosszabb tanulmány foglalkozik ezzel a kérdéssel is.

** Az optimális x_{ikt} , x_{ik} változók és az optimális C_i célfüggvény értéke a központi programtól is függ. Ezt a függést jelöljük a mögéjük zárójelbe tett központi programértékekkel.

a központi változóknak az a z_{it}^* , z_{ijt} és w_{it}^* együttese, amely mellett a szektorprogramozásokban szereplő maximális célfüggvény-értékek összege maximális:

$$(12) \quad \sum_{i=1}^n C_i^* (z_{it}^*, z_{ijt}^*, w_{it}^*) = \max_{z_{it}, z_{ijt}, w_{it}} \sum_{i=1}^n C_i^* (z_{it}, z_{ijt}, w_{it})$$

A programozási eljárás

A programozás azzal kezdődik, hogy a központ előírja az ellátási feladatot, az anyagkeretet és a létszámkeretet a szektornak. A szektorok a központi előírások korlátai között meghatározzák saját optimális programjukat. Ez „szabályos” lineáris programozási feladat, amely a szokásos módszerekkel, például a szimplex módszerrel megoldható.

Amennyiben a központi előírások a lehető legcélszerűbbek voltak, úgy ezzel a programozás be is fejeződött volna. Csakhogy ez egyáltalán nem biztos. Lehetséges, hogy a központnak nem sikerült „első nekifutásra” a lehető legcélszerűbb központi előírásokat kidolgoznia. Ezért a központ le akarja mérni az ellátási feladatok és az anyag-, illetve létszámkeretek elosztásának helyességét. Erre a célra jelentést kér a szektortól, amelyeknek adatokat kell közölniük arról, milyen hatékonyan képesek hasznosítani a központtól kapott anyagot, létszámot, illetve milyen hatással jár náluk az ellátási feladat teljesítése.

E visszajelentéshez meghatározzák a központi előírások ún. *árnyékárait*. Az árnyékár közgazdasági tartalma esetünkben:

1. az ellátási feladat árnyékára azt fejezi ki: mennyivel emelkedne az i -edik szektor hozama a t -edik időszakban, ha egységnyivel* csökkenne a szektor ellátási feladata, miközben a szektormodell feltételeiben szereplő többi korlát változatlan maradna;
2. az anyagkeret árnyékára és
3. a létszámkeret árnyékára azt fejezik ki: mennyivel emelkedne az i -edik szektor devizahozama a t -edik időszakban, ha egységnyivel emelnénk a szektor anyagkeretét a j -edik anyagból, illetve a szektor létszámkeretét, miközben a többi korlát változatlan maradna.

Ezenkívül meghatározzuk a speciális feltételekben szereplő korlátok, valamint az ellátási feladathoz megszabott felső határok árnyékárait is.

A szektormodellben szereplő valamennyi korlát árnyékárait megkapjuk, ha a szektor az eredetileg megadott elsődleges programozási feladatot ún. *duális* feladatát oldja meg.** Ebben a feladatban a változók a korlátok árnyékárai; a változók célfüggvénybeli együtthatói az eredeti elsődleges programozási feladatban szereplő korlátok.

A duális programozás minimalizálási feladat. A célfüggvény a feltételi korlátok és a hozzájuk tartozó árnyékárok szorzatainak összege. Ezt úgy tekinthetjük, mint a korlátok árnyékárokra történő kalkulatív „értékelését”.

Mit fejez ki közgazdaságilag az a követelmény, hogy a fenti összeg, a korlátok árnyékárokra történő értékelése legyen minimális?

A duális programban kapott árnyékárok fontos tulajdonsága: az elsődleges feladat optimális programjához tartozó optimális célfüggvény-érték teljes egészében „felosztódik” a korlátokra. Esetünkben tehát a korlátok ár-

* Szigorúan véve itt is és a többi korlátnál is az árnyékár nem a korlát egységnyi, hanem elég kicsiny változására jutó haszonváltozást fejezi ki. Csupán a könnyebb megértés kedvéért szólunk a gyakorlatilag kézzelfoghatóbb egységnyi változásról.

** A duális feladat részletes magyarázata megtalálható a lineáris programozás bármely tankönyvében (lásd pl. Kerekó Béla „Lineáris programozás” c. könyvét, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1962.).

nyékáron történő értékelésének minimuma pontosan egyenlő a tevékenységek hozamának maximumával.

Tegyük fel egy pillanatra a következőket: a központ valóban olyan „áron” adja a szektornak az erőforrásokat, amilyen árnyékárát a szektor visszajelent, s ugyanakkor megköveteli a szektortól, hogy ne legyen veszteséges. Ha a szektor túlságosan magas, „rózsaszínű” árnyékárát jelentett vissza (például azt állította, hogy a létszámkeret emelése nagyobb többlet-hozamot biztosít, mint amennyire az optimális program szerint valóban képes), akkor a szektor veszteségesé válik. A korlátok értékelésének minimalizálása mint a modell optimalizálási követelménye, azt fejezi ki: óvakodni kell a feltételekben szereplő korlátok módosításának, a módosítás révén a célfüggvényben mutatkozó hatásnak a *túlértékelésétől*. A duális feladatban a korlátok árnyékáron történő értékelésének minimalizálása az óvatosság, a felelősségteljes mértéktartás attitűdjét fejezi ki a visszajelentés keretében adott gazdaságossági mutatószámok meghatározásánál. (Ez a felelősségteljes, óvatos magatartás egyébként nemcsak itt, hanem más gazdasági mutatószámok jelentésénél is kívánatos volna.)

Térjünk mármost vissza a központhoz. A központ megkapta valamennyi szektortól a visszajelentést, az eredeti központi előírások árnyékárait. Ez mintegy tükörképe, „bizonyítványa” az eredeti központi programnak. Tegyük fel: kitűnik, hogy a létszámkeret árnyékára az 1. szektorban 100, a 2. szektorban viszont csak 50. Kézenfekvő a gondolat: a 2. szektor létszámkeretét csökkenteni kell az 1. szektor javára. Vagy kitűnik, hogy az áramkeret árnyékára a 3. szektorban 60, a 9. szektorban azonban csak 20. Ezért érdemes az áram egy részét átcsoportosítani a 9. szektorból a 3. szektorba.

Az átcsoportosítások alapján új központi program készül. A szektorok új központi előírásokat kapnak. A szektorok ismét megállapítják az új központi előírások árnyékárait. A központ ezek figyelembevételével újra korrigálja a központi programot, ismét módosított központi előírásokat ad a szektornak és így tovább. Az eljárás számos lépésből áll; egy-egy lépés mindig egy központi programjavítást és egy ágazati duál programozást, azaz árnyékár-meghatározást foglal magában.

Az *iterációs* eljárás során két irányban áramlanak az információk: a központból a szektorokhoz a központi előírások új és új együttese, a szektorokból a központba az árnyékárok új és új együttese. Eljárásunkat ennek megfelelően a továbbiakban *kétszintű* tervezésnek nevezzük. A kibernetikában szokásos elnevezéssel: modellünk olyan szabályozási rendszert reprezentál, amely „negatív visszacsatolással” működik. A szektor programozása révén kapott árnyékár-rendszer az a visszacsatolás, amely biztosítja a központból kiáramló utasítások folyamatos korrigálását.

Mindaz, amit eddig elmondtunk, még nem ad pontos választ arra, hogy milyen korrekciót kell végrehajtani a központi programon a szektorok visszajelentései alapján, milyen mértékű változtatásokat hajtsunk végre egy-egy lépésben a központi előírásokon.

A kétszintű tervezés módszere erre vonatkozólag pontos eljárási szabályokat, mondhatnánk recepteket határoz meg. A szabályok egyszerűek, mégsem kívánjuk az olvasót itt részletes ismertetésükkel terhelni. Inkább a kétszintű tervezés néhány jellegzetes, közgazdasági szempontból is figyelemre méltó vonását emeljük ki.

1. Az eljárás alapjául a feladat játékelméleti interpretációja szolgál. Az egyik „játékos” a központ, a másik a szektorok összessége. A játékelméleti interpretáció azon alapul, hogy a helyzet mutat bizonyos analógiát az ún. stratégiás játékokkal. Mindkét fél rendelkezik bizonyos információkkal, de nem hozhat egymaga teljesen megnyugtató döntést, mert ehhez ismernie kellene a másik fél információit is. A központnak nagy az áttekintése, de nincs részletekbemenő ismerete azokról a sajátos problémákról (például az egyes

szektorokra jellemző műszaki és költségadatokról, a szektorbeli választást korlátozó speciális feltételekről stb.), amelyeket a szektorok összessége ismer, s megfordítva: a szektorok sok részletet látnak, de nincs áttekintésük azokról a nagy összefüggésekről, amelyek csak a központ előtt lehetnek világosak. Akárcsak a stratégias játékokban, a kialakuló szituáció mindkét félén működik. Mind a központ, mind a szektorok tisztában vannak azzal, hogy a másik „fél” intézkedései is nagy hatást gyakorolnak a helyzetre.

Ilyen körülmények között mindkét fél a számára viszonylag leginkább megnyugtató stratégiát keresi. Ez a stratégia a játék ún. minimax-megoldása. Esetünkben az a központi program, amely mellett a népgazdaság összes szektorában végbemenő valamennyi tevékenység hozamának összege maximális — és egyúttal az összes központi előírás, továbbá a speciális szektorfeltételekben szereplő valamennyi korlát árnyékárakon történő értékelése minimális.

Megkíséreljük közgazdaságilag is interpretálni, mit jelent modellünkben a minimax-stratégia meghatározása.*

Tegyük fel, hogy a központ „mindenttudó”; rendelkezik mindazokkal a speciális részletinformációkkal is, amelyeket rendszerint csak a szektorok ismernek pontosan. Ez esetben (eszményi számítástechnikai lehetőségek mellett) egymaga, központilag kidolgozhatná az optimális népgazdasági programot. Az így meghatározott programhoz meghatározott célfüggvény-érték tartozik, amelyet a továbbiakban optimális népgazdasági hozamnak nevezünk.

Ha azonban a központ (modellünkben csakúgy, mint a valóságban) hiányos információ miatt képtelen egymaga, a szektorok közreműködése nélkül meghatározni az optimális népgazdasági programot, akkor a népgazdasági hozam kevesebb az optimálisnál. A szektoroktól „függetlenül” hozott döntés következtében tehát relatív veszteség lép fel; a központ a veszteség csökkentésére törekszik.

A másik oldalon a szektorok képtelenek önmaguk, a központ irányító, összehangoló tevékenysége nélkül eljutni az optimális népgazdasági programhoz. A központtól „függetlenül” hozott döntés esetén szükségképpen hibás értékelést adnak a nekik juttatott erőforrásokról, keretekről. Tegyük fel ismét egy pillanatra (mint már korábban a duális célfüggvény értelmezésekor feltételeztük), hogy a szektorokkal „büntetesképpen” megfizettetik a nekik juttatott erőforrások, keretek túlértékeléséből származó többletet. A hibás értékelés, azaz a hibás árnyékár-rendszer ilyen körülmények között súlyos veszteséget jelentene a szektoroknak. A szektorok ez esetben nyilván arra törekszenek, hogy ez a veszteség minél kisebb legyen.

Amint látjuk, mindkét oldalon egyfajta relatív veszteség csökkentésére törekszenek: a központ arra, hogy minél kevésbé maradjon el az optimális népgazdasági hozamtól; a szektorok pedig arra, hogy minél kevésbé lépjenek túl az optimális értékeléseket. A minimax-megoldáshoz akkor jutnak el, ha mindkét félnek sikerült ezt a relatív veszteséget kiküszöbölnie.

2. A minimax-stratégia meghatározásához többféle eljárás segítségével juthatunk el. Az egyik ismert módszer az ún. *fiktív lejátás*.** A dolgozatban javasolt kétszintű tervezési eljárás ezt a fiktív lejátást használja a feladat megoldásához. A két játékos fél mintegy „lejátászik” — természetesen

* Az interpretáció tulajdonképpen nem lenne szükséges. Megelégedhetnénk azzal is, hogy kimondjuk (s az említett hosszabb tanulmányban bizonyítjuk): a modell számítási feladata tetszőleges pontossággal *megoldható* olyan eljárással, amely történetesen a játékelmélet keretében kidolgozott tételekkel, számítási módszerekkel kapcsolatos. Úgy gondoljuk azonban: figyelemre méltó, hogy ebben az esetben *reálisan értelmezhető, közgazdaságilag interpretálható* a játékelméleti modell.

** A fiktív lejátással kapcsolatos tételeket G. W. Brown és J. Robinson dolgozták ki. E módszer vázlatos ismertetése megtalálható magyar nyelven a Nyemcsinov akadémikus által szerkesztett kötetben („A matematika közgazdasági alkalmazása” 395–396. l.). A fiktív lejátással kapcsolatos tételeket eredetileg az ún. mátrix-játékokra állították fel. Ezeket Lipták T. alkalmazta a modellünkben szereplő ún. poliéder játékokra.

csak papíron — egy „játékot”. A központ „lép”; kiad egy központi előírás-együttest a szektornak. Utána a szektorok összessége „lép”; visszajelent egy árnyékár-együttest. Utána ismét a központ „lép” és így tovább. Így közelednek a játék megoldásához, az optimális programhoz.

A javasolt eljárás biztosítja, hogy a célfüggvény-érték konvergáljon az optimális célfüggvény-értékhez, azaz valóban *közeledjünk* a legjobb megoldáshoz. Ez nem jelenti azt, hogy minden egyes lépésben feltétlenül közelebb jutunk, de az egymást követő lépések sorozata biztosítja a közeledést az optimumhoz.

Tegyük fel — az érzékeltetés kedvéért ad abszurdum vive a példát —, hogy a 10. lépésnél tartunk. Kitűnt, hogy az áramkeret árnyékára a 6. szektorban a legmagasabb. Elvehetnénk-e ennek láttán valamennyi szektor áramkeretét, hogy minden áramot a 6. szektornak adjunk? Ez nyilvánvalóan képzelenség.

Az ilyen végletes korrekcióktól minden esetben tartózkodni kell. Amikor a 10. korrekciót végrehajtjuk a központi programban, nem szabad elfeledkezni a 9., 8., 7. stb. lépés tanulságairól, arról, hogy a 9. lépésben nem a 6., hanem mondjuk a 4. szektor jelentette a legelőnyösebb áram-árnyékárt, a 8. lépésben az 1. szektor, és így tovább. A javasolt módszer a „fiktív lejátszás” módszere éppen azon a megfontoláson alapul, hogy egy-egy új lépésnél „emlékezünk” az előző lépésekre. Ezért meghatározott szabályok szerint „keverjük” az egyes lépésekben nyert stratégiákat. Példánkban: az egész energiakeret végletes áthelyezése helyett csupán korrigáljuk a 6. szektor javára az előző lépésekben már kialakított elosztásokat, tehát csupán 1:9 arányban „keverjük” a minden áramot a 6. szektornak adó stratégiát a korábbi áramelosztási stratégiákkal.

Hasonlóképpen a szektorok is „keverik” az egyes lépésekben nyert árnyékárakat az előző lépések árnyékáiraival, s így fokozatosan közelednek az optimális árnyékár-rendszerhez.

A korrekciók e fokozatossága (a stratégiák „keverése”) biztosítja, hogy az egyes lépésekben ne csapongjunk végletes, gyakorlatilag abszurd programok között, hanem a programokat óvatosan javítva közelítsünk az optimumhoz.

3. A központi programozás logikája igen egyszerű. Vegyük először a termékmérlegeket. Két eset lehetséges:

Az egyik eset: valamely terméknél az ellátási feladat árnyékára nagyobb, mint az ugyanerre a termékre vonatkozó anyagkeretek bármelyikének árnyékára. Átvitt értelemben, csupán a szemléltetés kedvéért azt mondhatnánk: a termék „kínálati ára” magasabb, mint a legmagasabb „keresleti ár”. Ez esetben a kínálatot csökkenteni kell, vagyis a központi programot abban az irányban kell korrigálni, hogy a szóban forgó termékre vonatkozó ellátási feladat csökkenjen.

A másik eset: az ellátási feladat árnyékára alacsonyabb, mint az ugyanerre a termékre vonatkozó anyagkeretek árnyékárai közül a legmagasabbik. Az előbbi szóhasználatnál, a „kínálati ár” kisebb, mint a legnagyobb „keresleti ár”. Ez esetben érdemes a kínálatot növelni, vagyis a központi programot úgy kell korrigálni, hogy az ellátási feladat növekedjék. Ugyanakkor annak a szektornak az anyagkeretét célszerű növelni, amelynél az anyagkeret árnyékára („keresleti ár”) a legmagasabb volt.

Még egyszerűbb a helyzet a munkaerőkeret esetében. Itt az újraelosztásnál mindig annak a szektornak a javára korrigálunk, amelynél a leghatékonyabb a munkaerő felhasználása (a legmagasabb a munkaerőkeret árnyékára).

4. Modellünk szerkezete biztosítja — matematikai értelemben —, hogy mindig van megengedett program. Ha másképp nem is, valamennyi központi és szektorfeltétel teljesíthető a következő módon: nem termelünk semmit,

ehelyett minden extern fogyasztási előirányzatot szabad importból elégítünk ki. Ehhez nem szükséges sem anyag, sem munkaerő, tehát a mérlegfeltételeket teljesítjük, s nem kerül sor egyetlen speciális szektorfeltétel korlátainak túllépésére sem. E program minden konzekvenciája a hozam maximalizálását előíró célfüggvényben fejeződik ki, amely ebben az esetben súlyosan negatív.

Ha ilyen megengedett programból indulunk ki, akkor a programozási eljárás elején a javító lépések mindenekelőtt a fiktív szabad importot szorítják ki, mert ezeknél legsúlyosabb a negatív hozam. Eljutunk tehát egy reális programhoz. Utána fokozatosan bekerülnek a programba a hozamot javító tevékenységek, s így közeledünk egy előnyös termelési és külkereskedelmi struktúrához.

A közeledés azonban nyilván sokkal gyorsabb, ha ilyen extrém induló program helyett egy előnyösebbet választunk és azt kezdjük el fokozatosan javítani.

Ha már a fiktív változó kiküszöbölésén túljutottunk, programunk reális program marad. Ezért a további javítás bármikor abbahagyható; ez már a realitást nem veszélyezteti.

A javasolt eljárás *nem* szükségképpen véges, de az optimumot tetszés szerinti pontossággal megközelíthetjük.

Minden lépésnél megadható egy felső becslés arra, hogy a szóban forgó lépésben meghatározott program célfüggvény-értéke legfeljebb mennyivel kevesebb, mint az optimális célfüggvény-érték. Más szóval, mi az a maximális megtakarítás, amelyet a programozási eljárás lépéseinek folytatása még hozhat. Ha ez a maximális potenciális megtakarítás már nem túlságosan nagy, az eljárás abbahagyható.

Nézetünk szerint ez — mint már az első fejezetben jeleztük — gyakorlati célokra elegendő. A gyakorlatban nem szükséges a matematikai értelemben vett szélsőérték-feladat pontos megoldása, az egzakt optimum elérése, hanem elegendő annak kézzelfogható megközelítése is.

6. Az árnyékár, amint ezt már fentebb tisztáztuk, nem más, mint valamely feltételi korlát differenciális hozama. A differenciális hozam függvénye a mi modellünk esetében csökkenő függvény. Tegyük fel, hogy a központ növeli valamely szektor munkaerőkeretét, miközben árnyékárait nem változtatja (vagy nem változtatja arányosan). A többlet-munkaerő egy része esetleg még a lehető legproduktívabb módon foglalkoztatható, mert az ehhez szükséges anyagok eredetileg megállapított keretei ezt lehetővé teszik. Bizonyos határ felett azonban kimerülnek az anyagkeretek és a további munkaerő már csak kevésbé termelékenyen (kisebb hozammal) foglalkoztatható. Újabb munkaerők beállítása még növeli a szektor összes hozamát, de a differenciális hozam, azaz a többlet-munkaerő termelékenysége csökken. Végül eljutunk egy határhoz, amelyen felül a többletlétszám már nem használható fel az adott anyagkeretek mellett.

A differenciális hozamfüggvényeknek ez a természete azzal jár, hogy — programozásunk eredményeképpen — egalizálási tendencia mutatkozik az árnyékárak meghatározott csoportjain belül.

a) A különböző szektorok azonos időtartamra juttatott munkaerőkereteinek árnyékára fokozatosan közeledik egymáshoz. Az egyes lépésekben növeljük a keretet azokban a szektorokban, ahol magas, s csökkentjük ott, ahol alacsony az árnyékár. A növelés, illetve a csökkentés azonban — tekintettel a differenciális hozamfüggvények csökkenő jellegére — azzal jár, hogy az új árnyékár esetleg valamivel alacsonyabb lesz ott, ahová most többet juttatunk és magasabb ott, ahonnan elvettünk. Az újabb és újabb átcsoportosítás az egyenlősítés irányában hat. Végeredményben az optimális hozamot (ha elérhetnénk) az jellemezné, hogy a munkaerőkeret árnyékára valamennyi szektorban egyenlő.

b) Hasonló egalizálási tendencia érvényesül a különböző szektoroknak ($i = 1, \dots, n$) azonos időszakra juttatott j -edik anyagkeret árnyékárai között is.*

c) Végül; az egyenlőség felé tart — azonos időszakban — valamely szektornak adott ellátási feladat árnyékára és az e szektor termékéből kiutalt anyagkeret árnyékára is. Tehát például az áramtermelő szektornak adott áramellátási feladat árnyékára és a többi szektornak adott áramkeretek árnyékára is egalizálódik. Az optimális programban az áramnak már csak egy árnyékára lenne, akár mint kibocsátási ár (az áramellátási feladat árnyékára), akár mint ráfordítási ár (valamely áramkeret árnyékára).

A kiegyenlítődesi tendenciák csak az azonos időszakra vonatkozó árnyékáraknál érvényesülnek. Viszont rendszerint nem lesz azonos ugyanazon tényező (például a munkaerőkeret vagy valamely meghatározott anyagkeret) árnyékára az 1. és az 5. időszakban. Ezzel kapcsolatban érdemes tanulmányozni az egymást követő időszakok árnyékárainak arányait.**

Hasznos lesz tanulmányozni az *egalizálás folyamatát*, az árnyékárrendszer *hullámozását* az iteráció során. Melyek a viszonylag hamar megnyugvó, aránylag csekély hullámozású, rezgésű árnyékárak és melyek érzékenyebbek, ingatagabbak, labilisabbak? Az utóbbiaknál meg kell figyelni: a központi program milyen módosításainak következtében megy végbe ingadozásuk? E megfigyelés sok mindent feltárhat a népgazdasági terv biztosabb, más terv-előirányzattól viszonylag függetlenebb részeire és bizonytalanabb, más terv-előirányzatoktól erősen függő részeire vonatkozóan.



Az ismertetés befejezésként még egyszer hangsúlyozni szeretném: itt csupán modellünk vázlatát írhattam le. Számos nehéz kérdés nyitva maradt, sok még a tudományosan megoldatlan, tisztázásra, megvitatásra váró probléma. E modell vázlatos kidolgozását csupán első lépésnek tekintjük. Ezután kerül sor — még az átfogó adatgyűjtés és numerikus számítás előtt — a modell részletes kidolgozására (a modell méreteinek, szektorbontásának, időbeli tagolásának, feltételi rendszerének pontos meghatározására, a számításban vizsgált tevékenységek kiválasztására stb.). Ezután kell még az elméleti közgazdászoknak, gyakorlati tervezőknek, statisztikusoknak, matematikusoknak és számítástechnikusoknak együttes erővel kidolgozniok azt a konkrét modellt, amely képes lesz segítséget nyújtani a távlati tervek kidolgozásához.

De ha látjuk is a még megoldatlan problémák, feladatok tömegét, úgy gondoljuk: modellünkkel helyes irányban indultunk el; olyan módszert találunk, amelyet a *gyakorlat* valóban felhasználhat a népgazdasági tervezés továbbfejlesztésére.

* Ez egyébként megfelel az erőforrások optimális elosztásával foglalkozó irodalom egyik közismert tételének: az erőforrások optimális elosztására az jellemző, hogy differenciális hozamaik a felhasználás minden területén egyenlőek.

** Az árnyékár-arányokból ugyanis meghatározható a termékenként különböző és időszakról időszakra változó diszkontlábak rendszere.